PRÀCTICA 11. XARXES DE DIFRACCIÓ

Abans d'anar al laboratori

1 - Estudieu l'apartat 1 sobre el fonament teòric d'aquesta pràctica.

2 - Resoleu els exercicis plantejats a l'apartat 2. La resolució l'haureu de lliurar al professor del laboratori a l'inici de la pràctica.

3 - Llegiu els apèndixs B i C sobre el funcionament del polímetre i l'oscil·loscopi.

Objectius:

l) Mesurar la **velocitat del so.**

m) Realitzar l'experiment de la **doble escletxa de Young**.

n) Determinar la **longitud d'ona** d'un **làser** amb una xarxa de difracció.

o) Calcular la **distància entre** les **pistes** d'un **CD**.

1. Fonament teòric

1.1 Introducció

Una ona és una **pertorbació** amb la qual es transmet **energia** i **quantitat de moviment sense transport de matèria**. La pertorbació pot ser una variació periòdica o no periòdica d'una determinada propietat, com l'elongació dels punts d'una corda (en el cas d'ones a una corda), o els canvis de pressió (en el cas del so), o els camps elèctrics i magnètics (pel cas d'ones electromagnètiques). Les ones a les quals els cal un **medi material** per propagar-se s'anomenen **mecàniques**. El so, que n'és un exemple, es propaga per l'aire o l'aigua o qualsevol altre medi, com a resultat de les seves propietats elàstiques. En canvi les ones electromagnètiques, que no ho són, es poden propagar en el buit.

Si la pertorbació inicial es repeteix cíclicament les ones són **periòdiques** i si, a més, ho fa segons un moviment harmònic simple les ones s'anomenen **harmòniques**. Segons el nombre de dimensions en que es propaga l'energia les ones es classifiquen en: **unidimensionals, bidimensionals i tridimensionals**. El so i la llum són exemples d'ones tridimensionals. Segons la relació entre la direcció de propagació i la de les vibracions produïdes per la pertorbació les ones es classifiquen en: **transversals** (les direccions són perpendiculars, com les ones a una corda o les electromagnètiques) i **longitudinals** (les direccions són paral·leles, com les ones sonores).

1.2 Funció d'ona

És una **expressió** matemàtica que descriu els efectes d'una **pertorbació** en l'**espai** i en el **temps**. Pel cas d'ones sonores la funció d'ones indica variacions de pressió, mentre que en el cas de les ones electromagnètiques representa els camps elèctric i magnètic. Els fenòmens ondulatoris es regeixen per una equació en derivades parcials de segon grau anomenada **equació d'ones**. Pel cas d'una ona unidimensional, que es propaga segons l'eix x a velocitat constant v i sense canvi de forma, l'equació d'ones és:

$$\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial t^2},$$

on $\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}$ i $\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial t^2}$ són les derivades parcials segones de la funció d'ones $\Psi(x,t)$ respecte les variables x i t. La solució més general d'aquesta equació és qualsevol funció que tingui per arguments $(x+vt)$ o $(x\text{-}vt)$. Així, la funció $\Psi(x,t) = f(x - vt)$ descriu una ona que es desplaça cap a valors de $x>0$, mentre que la funció $\Psi(x,t) = f(x + vt)$ descriu una ona que es desplaça cap a valors de $x<0$. Pel cas d'una **ona harmònica** la funció d'ona és:

$$\Psi(x,t) = A\sin[k(x \pm vt) + \delta],$$

on A és l'**amplitud**. L'argument $[k(x \pm vt) + \delta]$ és la **fase**, i δ la **fase inicial** (o constant de fase), que depèn de les condicions inicials. La **longitud d'ona** λ és la distància entre dos màxims o dos mínims consecutius. El **període** T és el temps que triga l'ona en recórrer una distància igual a la longitud d'ona. La **freqüència**, que és el nombre de vibracions completes per unitat de temps, és la inversa del període $f = 1/T$, que al SI s'expressa en Hertz (Hz) o s^{-1}. La freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de propagació v estan relacionades per l'expressió:

$$v = \lambda f. \tag{1}$$

Definint el nombre d'ones i la freqüència angular o pulsació $\omega = 2\pi f$, l'expressió de la funció **d'ones planes harmòniques unidimensionals** és:

$$\Psi(x,t) = A\sin[kx \pm \omega t + \delta].$$

1.3 Experiment de la doble escletxa de Young

La interferència i la difracció són **fenòmens típicament ondulatoris**, que es basen en el **principi de superposició**, que afirma que la funció d'ona resultant, en qualsevol punt i instant de temps, és la suma algebraica de les funcions d'ona de les ones que se superposen.

La **difracció** es produeix quan una ona troba un **obstacle o una escletxa**. En el primer cas l'ona supera l'obstacle tot envoltant-ho, mentre que en el segon, els raigs s'obren al sortir de l'escletxa. L'efecte es fa més patent quan la **mida dels obstacles és comparable a la longitud d'ona**. Així, en el dia a dia, no és fàcil veure els efectes associats a la difracció de la llum, ja que la mida dels objectes és molt més gran que la longitud d'ona de la llum visible (entre 380 i 750 nm).

Segons Richard Feynman, premi Nobel de Física de l'any 1965, és difícil establir una **diferència** clara entre **interferència i difracció**. Segons ell la **interferència** es refereix a la superposició en un determinat punt de l'espai de les ones produïdes per dos o més (pocs) emissors; mentre que la **difracció** involucraria un nombre molt més gran d'emissors.

Perquè hi hagi **interferència** o **difracció** cal que els emissors siguin **coherents**, és a dir que la diferència de fase entre les ones procedents dels emissors sigui constant en el temps. Generalment, això no passa, ja que, per exemple, la llum emesa per una bombeta és el resultat de la superposició de les ones lluminoses emeses, de forma des-correlacionada, pels diferents àtoms que la conformen. Per contra, la llum emesa per un làser és coherent.

El cèlebre experiment de la **doble escletxa**, que es mostra a la figura 2, va ser ideat per **Thomas Young** l'any 1801, i tenia per objectiu demostrar la **naturalesa ondulatòria de la llum**. Consisteix en la projecció sobre una pantalla de la figura d'interferència que resulta del pas d'un feix de llum, provinent d'una sola font, per dues escletxes paral·leles i separades una determinada distància *d*. Si la mida de les escletxes és prou petita, segons el principi de Huygens-Fresnel, cada una es comporta com una font puntual i, per tant, la figura d'interferència resultant és la corresponent a la de dos emissors. La clau de volta de l'experiment és aconseguir la **coherència**, tot fent que la llum que surt de les dues escletxes provingui d'un únic emissor.

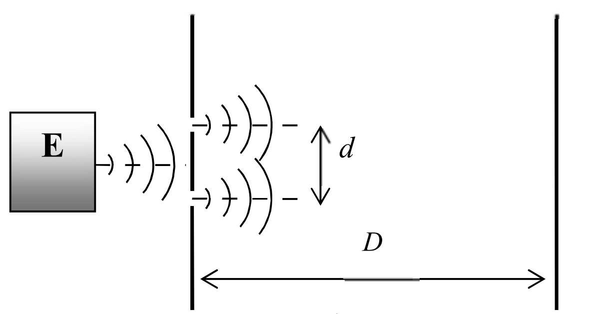

Figura 2

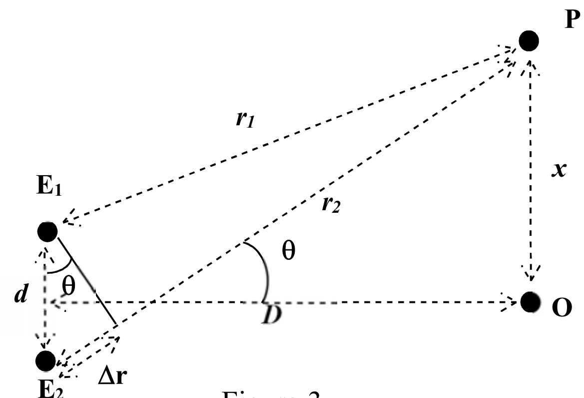

Figura 3

Suposem que les dues escletxes E_1 i E_2, que com hem dit es comporten com dues fonts, emeten ones amb la **mateixa amplitud** $\boldsymbol{A}$, **nombre d'ones** $\boldsymbol{k}$, **freqüència angular** $\boldsymbol{\omega}$ i **fase inicial** $\boldsymbol{\delta}$. Si la distància entre les escletxes és d i un punt P qualsevol de la pantalla dista r_1 de la primera escletxa i r_2 de la segona, les funcions d'ona, degudes a cada escletxa Ψ_1 i Ψ_2 en P, són:

$$\Psi_1(r_1, t) = A \sin \phi_1 \;;\; \phi_1 = kr_1 - \omega t + \delta,$$

$$\Psi_2(r_2, t) = A \sin \phi_2 \;;\; \phi_2 = kr_2 - \omega t + \delta.$$

Pel principi de superposició la funció d'ona resultant Ψ al punt P és:

$$\Psi(x,t) = \Psi_1(r_1,t) + \Psi_2(r_2,t) = 2A\cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right)\sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) =$$

$$= 2A\cos\left[\frac{k(r_1 - r_2)}{2}\right]\sin\left[\frac{k(r_1 + r_2)}{2} - \omega t + \delta\right].$$

L'equació anterior indica que l'ona resultant es propaga com si recorregués la distància mitjana entre r_1 i r_2, amb una amplitud:

$$2A\cos\left[\frac{k(r_1 - r_2)}{2}\right].$$

Com el que es detecta experimentalment és la **intensitat** *I*, i aquesta és proporcional a **l'amplitud al quadrat**, tenim que la intensitat *I* al punt P és proporcional a:

$$I \propto 4A^2\cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = 4A^2\left(\frac{1 + \cos\Delta\phi}{2}\right) = 2A^2(\,1 + \cos\Delta\phi).$$

D'altra banda, la diferència de fase $\Delta\phi$ és deguda a la **diferència de camins** $\Delta r = r_2 - r_1$ recorreguts per les dues ones:

$$\Delta\phi = k(r_2 - r_1) = k\Delta\text{r} = 2\pi\Delta r/\lambda.$$

Per tant, la intensitat al punt P serà nul·la (**interferència destructiva**) si:

$$cos\ \Delta\phi = -1 \ \rightarrow \ \Delta\phi = \frac{2\pi\Delta r}{\lambda} = (2n+1)\pi \ \rightarrow \ \Delta r = \frac{2n+1}{2}\lambda \quad ; \ n = 0,1,2,\ldots$$

Mentre que la intensitat serà màxima I = $4A^2$ (**interferència constructiva**) si:

$$cos\ \Delta\phi = 1 \ \rightarrow \ \Delta\phi = \frac{2\pi\Delta r}{\lambda} = 2n\pi \ \rightarrow \ \Delta r = n\lambda\,; \ n = 0,1,2,\ldots$$

Si O és el punt de la vertical del punt P, que anomenarem eix x, que dista menys de les dues escletxes, d'acord amb la figura 3, les distàncies del punt O a les escletxes i a P són respectivament D i x. Per tant, les distàncies r_1 i r_2 es poden expressar en termes de d, D i x. A més, pel cas en que $D>>d$, la diferència de camins és $\Delta r \cong d\sin\theta$. Com , hi haurà interferència **destructiva** si:

$$d\sin\theta = \frac{dx}{\sqrt{x^2+D^2}} = \frac{(2n+1)\lambda}{2};\ n = \cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots$$

i **constructiva**, quan:

$$d\sin\theta = \frac{dx}{\sqrt{x^2+D^2}} = n\lambda;\ n = \cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots$$

El perfil d'interferències, que es mostra a la figura 4, es caracteritza per la presència d'un **màxim d'ordre** n = 0 o **principal,** localitzat al punt O, i de màxims **d'ordre superior** n = 1,2,3,... o **secundaris** disposats simètricament al seu voltant. És a dir: el màxim principal està situat a la posició $x_0 = 0$, mentre que un dels dos primers màxims secundaris ho està a la posició . Per tant, a partir de la diferència Δx entre x_0 i x_1, la separació d entre les escletxes i la distància D, es pot determinar la longitud d'ona λ :

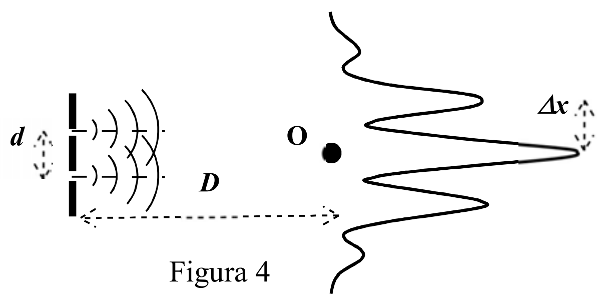

Figura 4

$$\Delta x = x_1 - x_0 = \lambda D/\sqrt{d^2-\lambda^2} \rightarrow \lambda = d\Delta x/\sqrt{\Delta x^2+D^2}. \qquad (2)$$

1.4 Xarxes de difracció

Són instruments òptics que es poden utilitzar, per exemple, per a mesurar longituds d'ona. Les anomenades xarxes de difracció per transmissió consisteixen en superfícies planes transparents, sobre les que s'ha gravat un patró consistent en un gran nombre de línies N_{lin} microscòpiques espaïdes regularment una distància d (on òbviament $d=1/N_{lin}$). Simplificant molt podem dir que la figura d'interferència que veuríem en

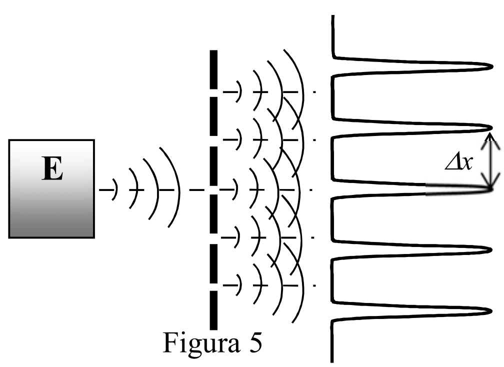

Figura 5

una pantalla, que estigués a una distància D de la xarxa de difracció, seria semblant a la de l'experiment de la doble escletxa. Tanmateix, tal i com es mostra a la figura 5, com més petita és la distància entre línies d, més intensos i estrets són els màxims d'interferència. Per tant, la distància Δx entre el màxim principal i el primer màxim secundari es pot calcular a partir de la fórmula (2).

Als discs òptics (CD, DVD o blu-ray), com el que es mostra a la figura 6, la informació s'emmagatzema digitalment mitjançant una sèrie de petites cavitats de centenars de nanòmetres de longitud, distribuïdes en pistes o solcs separats una distància d de mida micromètrica. Si s'extreu la capa de pintura metàl·lica del disc, i aquest s'il·lumina amb un làser, el disc es comporta com una xarxa de difracció de transmissió, de forma que la distància entre escletxes d ara és en realitat la distància entre les pistes. La figura de difracció que s'observa sobre una pantalla consisteix en un conjunt de punts brillants (màxims) situats al voltant d'un de principal més brillant. A partir de la distància entre el màxim principal i el primer secundari Δx, la longitud d'ona del feix làser λ, la distància D, i aplicant la fórmula (2) es pot determinar la distància d entre pistes:

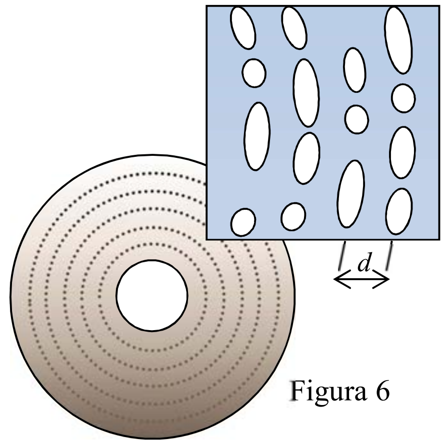

Figura 6

$$d = \lambda\sqrt{\Delta x^2 + D^2}/\Delta x. \qquad (3)$$

1.5 Ultrasons

Els ultrasons són **ones acústiques** de freqüències **superiors a les màximes audibles** ($f >$ 20 kHz). Per generar-les i detectar-les s'utilitzen transductors electroacústics que, en l'etapa d'emissió, converteixen energia elèctrica en acústica i en la de detecció realitzen l'operació inversa. La majoria d'ells es basen en el fenomen de la **piezoelectricitat**, que és la capacitat de certs cristalls de generar una diferència de potencial quan se'ls sotmet a una deformació mecànica. L'efecte és reversible i, per tant, els materials piezoelèctrics s'expandeixen o es contreuen quan se'ls aplica una diferència de potencial.

Els emissors que utilitzarem en aquest pràctica vibren i, per tant, emeten ones sonores quan se'ls aplica una tensió alterna. De manera inversa, als receptors s'indueixen diferències de potencial alternes quan sobre ells incideixen les ones acústiques. Els ultrasons tenen moltes aplicacions industrials, entre les que podem destacar: la mesura de distàncies, la detecció d'objectes, els sonars dels vaixells i el diagnòstic mèdic per ecografia.

2 Exercicis previs

2.1 Determinació de la velocitat del so

Si longitud d'ona d'una ona acústica de 40 kHz de freqüència és de λ = 8.5 mm, determineu la velocitat del so.

2.2 Experiment de la doble escletxa de Young

En un experiment de doble escletxa de Young amb un emissor d'ultrasons de 40 kHz de freqüència s'observa que els dos màxims secundaris d'ordre 1 estan distribuïts simètricament, i a unes distàncies $x_1 = x_2 = 6$ cm, del màxim principal. Si la longitud d'ona és de 8.5 mm i la distància entre les escletxes i la pantalla és de 20 cm, determineu la separació que hi ha entre les escletxes.

2.3 Mesura de la distància entre les pistes d'un CD

En un experiment en que s'utilitza un CD com a xarxa de difracció per transmissió, s'il·lumina el disc amb un làser de 670 nm. A la pantalla, que dista 15.5 cm del disc, s'observa la figura de difracció amb un màxim principal i dos de secundaris. Si la distància entre un dels màxims secundaris i el principal és de 7.2 cm, avalueu la distància entre les pistes.

3 Procediment de mesura

3.1 Comproveu que al vostre lloc de treball teniu:

- 1 connector en forma de T.
- 1 cable BNC-BNC.
- 1 adaptador BNC-banana.
- 1 tauler amb tres regles graduats.
- 1 generador de funcions.
- 1 oscil·loscopi de doble canal.
- 1 multímetre.
- 1 emissor i 1 receptor d'ultrasons.
- 1 doble escletxa.
- 1 regle.
- 1 xarxa de difracció.
- 1 CD.
- 1 punter làser.
- 1 suport peu plat.
- 2 pinces.
- 2 nous dobles.

MOLT IMPORTANT !!! A fi de que les ones emeses pels vostres generadors d'ultrasons no afectin els resultats obtinguts pels companys, cal que orienteu els emissors de manera que emetin en direcció a vosaltres.

3.2 Determinació de la freqüència de treball

1. Connecteu el connector en forma de T a la sortida de 50 Ω del generador de funcions.

2. Connecteu el cable BNC-BNC entre una de les potes del connector en forma de T i l'entrada del canal I de l'oscil·loscopi. Poseu en marxa el generador de funcions i l'oscil·loscopi, seleccionant per aquest últim una base de temps de 5 μs/div i un coeficient de deflexió de 5 V/div. Utilitzeu els controls del generador de funcions per aplicar un senyal sinusoïdal de 40 kHz de freqüència, i amb el botó *amplitude*, ajusteu l'amplitud del senyal fins que a l'oscil·loscopi observeu una tensió pic a pic V_{pp}**= 20 V. No modifiqueu l'amplitud** en tota la pràctica.

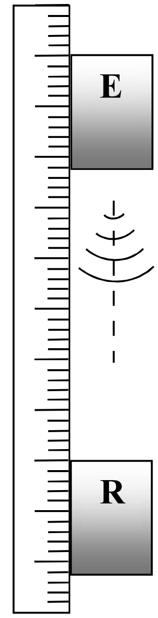

Figura 7

3. Situeu un dels emissors davant del receptor i separeu-los 4 cm.

4. Traieu el cable BNC-BNC, connecteu l'emissor al generador de funcions i el receptor al canal I de l'oscil·loscopi.

5. L'emissor i el receptor són sistemes ressonants, i només funcionen a l'entorn d'una determinada freqüència, que en el nostre cas és d'uns 40 kHz. Seleccioneu un coeficient de deflexió pel canal I de l'oscil·loscopi de 2 V/div i modifiqueu lleugerament la freqüència del generador de funcions fins que l'amplitud del senyal a l'oscil·loscopi sigui màxima. Aquesta serà la **freqüència** de treball i, per tant, **tampoc l'heu de modificar** en tota la pràctica.

6. Anoteu el valor de la **freqüència** que indica la pantalla del generador de funcions.

3.3 Determinació de la velocitat del so

1. Respecte el muntatge anterior, connecteu el cable BNC-BNC entre l'altra pota del connector en forma de T i l'entrada del canal II de l'oscil·loscopi. Pitgeu el botó DUAL per visualitzar alhora els senyals dels dos canals.

2. Observeu com, a l'allunyar el receptor de l'emissor, es produeixen variacions de l'amplitud del senyal del receptor i desfasaments entre aquest (canal I) i el senyal de referència de l'emissor (canal II). Ajusteu els controls dels coeficients de deflexió dels dos canals de forma que es vegin alhora els dos senyals (per exemple, canal I 2V/div i canal II 5 V/div).

3. Retorneu a la disposició inicial (distància relativa entre emissor i receptor de 4 cm). Moveu el receptor fins que els dos senyals estiguin en fase i anoteu la posició del receptor (x_0).

4. Allunyeu el receptor fins que tornin a estar en fase per primera vegada els dos senyals. Torneu-lo a allunyar fins que tornin a estar en fase per segona vegada. Repetiu aquest procés n vegades ($10 < n < 20$) i anoteu l'última posició del receptor (x_n). Utilitzeu un coeficient de deflexió pel canal I de l'oscil·loscopi que ens permeti observar els dos senyals alhora en funció de la posició del receptor (per exemple, 1 V/div).

5. **Determineu** la **longitud d'ona** a partir de l'expressió: $\lambda=|x_n-x_0|/n$.

6. Calculeu la **velocitat del so** utilitzant la fórmula (1).

3.4 Experiment de la doble escletxa de Young

1. **Mesureu** amb el regle **la distància d^{mes} entre els centres de les dues escletxes.**

2. Situeu l'emissor E i la doble escletxa segons l'esquema imprès al tauler, de manera que estiguin situats simètricament respecte la divisió $x = 15$ cm, les seves bases es toquin i E estigui just davant de l'espai entre les dues escletxes (veure figura 8).

3. Desconnecteu el receptor R de l'oscil·loscopi i connecteu-lo al multímetre, que fareu funcionar com a voltímetre de corrent altern, utilitzant un adaptador BNC-banana.

4. Situeu R a la divisió 15 del regle 2 i **mesureu amb el regle la distància *D*** entre la doble escletxa i R.

5. Desplaceu R paral·lelament al regle 2 en intervals de 0.5 cm, i per cada posició x mesureu el valor eficaç de la tensió V_{ef}. Introduïu cada valor (x, V_{ef}) en un full Excel.

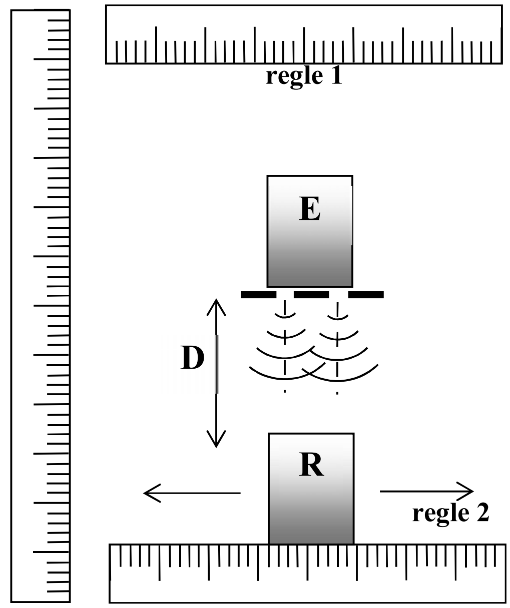

Figura 8

6. Acabat el procés de mesura, representeu gràficament amb l'Excel totes les dades i determineu els valors de x pels màxims principal x_0 i els dos secundaris d'ordre 1 x_1 i x_2.

7. La distància Δx entre el màxim principal i el primer màxim secundari, que apareix a la fórmula (2), la calcularem a partir de la meitat de la distància entre els dos màxims secundaris $\Delta x = |x_2 - x_1|/2$.

8. A partir dels valors de Δx, D i λ, determinats anteriorment, **calculeu la distància entre les dues escletxes d^{cal}**, aplicant la fórmula (3). Compareu aquest valor amb el mesurat d^{mes} anteriorment.

3.5 Determinació de la longitud d'ona d'un làser amb una xarxa de difracció

1. Ajusteu el sistema de subjecció de la xarxa de difracció de forma que aquesta estigui a uns 15 cm del peu del suport. Com s'indica a la figura 9 cal que el làser estigui orientat **perpendicularment** a la xarxa de difracció.

2. Premeu el botó del làser. Al peu del suport observareu tres punts vermells que corresponen al màxim principal i als dos secundaris d'ordre 1.

3. Amb l'ajut d'un regle **mesureu** la distància ***D*** entre la xarxa de difracció i el peu del suport, i entre els dos màxims secundaris d'ordre 1 $|x_2 - x_1|$. Determineu la distància entre el màxim principal i els secundaris $\boldsymbol{\Delta x} = |x_2 - x_1|/2$.

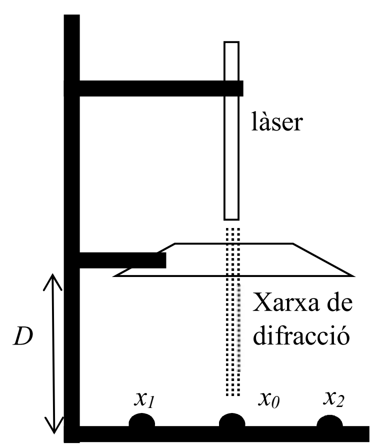

Figura 9

4. Tenint en compte que el nombre de línies per mil·límetre de la xarxa de difracció és N_{lin} = 500, calculeu la distància entre línies d.

5. Aplicant la fórmula 2, **determineu la longitud d'ona** λ del làser.

3.6 Mesura de la distància entre les pistes d'un CD.

1. Ajusteu el sistema de subjecció del CD de forma que aquest estigui a 15 cm del peu del suport. Com s'indica a la figura 10 cal que el làser estigui orientat **perpendicularment** a la superfície del disc òptic.

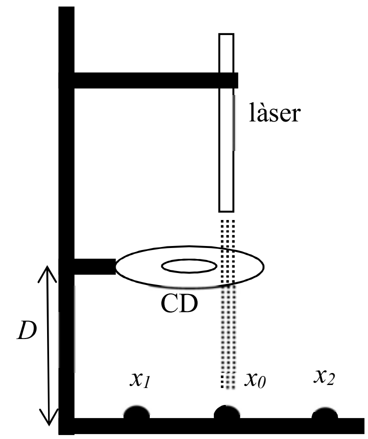

Figura 10

2. Premeu el botó del làser. Al peu del suport observareu tres punts vermells que corresponen al màxim principal i als dos secundaris d'ordre 1.

3. Amb l'ajut d'un regle **mesureu** la distància $\boldsymbol{D}$ entre el CD i el peu del suport, i entre els dos màxims secundaris d'ordre 1 $|x_2 - x_1|$. Determineu la distància entre el màxim principal i els secundaris $\boldsymbol{\Delta x} = |x_2 - x_1|/2$.

4. Aplicant la fórmula 3 avalueu la **distància d^{CD} entre les pistes**.

Xarxes de difracció		Data:
Grup:	Cognoms:	
Lloc de treball (A1,B2,...):	Nom:	Qualificació:

Determinació de la freqüència de treball

f =

Determinació de la velocitat del so

x_0 =
x_n =
n =

$\lambda = \lvert x_n - x_0 \rvert / n =$
$v = \lambda f =$

Experiment de Young

x_0 =
x_1 =
x_2 =

d^{mes} =
D =

$\Delta x = \lvert x_2 - x_1 \rvert / 2 =$

$d^{cal} = \lambda \sqrt{\Delta x^2 + D^2} / \Delta x =$

Mesura de la longitud d'ona d'un làser amb una xarxa de difracció

$\Delta x = \lvert x_2 - x_1 \rvert / 2 =$

d =
D =

$\lambda = d \Delta x / \sqrt{\Delta x^2 + D^2} =$

Mesura de la distància entre les pistes d'un CD

$\Delta x = \lvert x_2 - x_1 \rvert / 2 =$

D =

$d^{CD} = \lambda \sqrt{\Delta x^2 + D^2} / \Delta x =$