

## PRÀCTICA 5. CORRENT ALTERN: CIRCUITS RC, RL i RLC SÈRIE

### Abans d'anar al laboratori

- 1 – Estudieu l'apartat sobre el fonament teòric d'aquesta pràctica.
- 2 - Repasseu l'apèndix C sobre el funcionament de l'oscil·loscopi.
- 3 - Resoleu els tres problemes plantejats a l'apartat 2. La resolució l'haureu de lliurar al professor del laboratori a l'inici de la pràctica.
- 4 - Llegiu l'apartat 3 sobre el procediment de mesura que seguireu durant la realització d'aquesta pràctica.

### Objectius:

- a) Familiaritzar-se amb els **circuits de corrent** altern fent ús de l'oscil·loscopi.
- b) Mesurar  $C$  i  $L$  dels **circuits RC i RL sèrie**.
- c) Mesurar en un **circuit RLC sèrie** de corrent altern les tensions a borns dels diferents elements, els desfasaments i la freqüència de ressonància.

### 1 Fonament teòric

Si una font de tensió alterna es connecta a un circuit RLC sèrie com el de la Figura 1,

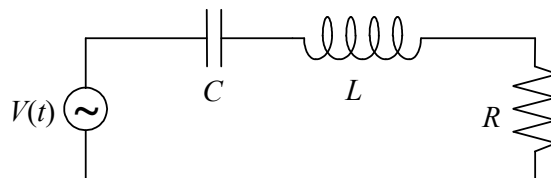


Figura 1

i subministra una diferència de potencial (expressada en notació complexa)

$$\bar{V}(t) = V_0 e^{j\omega t} = V_0 [\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)]$$

on  $V_0$  és l'**amplitud de la tensió**,  $\omega = 2\pi f$  és la **freqüència angular** amb la freqüència  $f$  expressada en Hz, i  $j$  és la **unitat imaginària** ( $j^2 = -1$ ), la intensitat que hi circula ve donada per la **lleï d'Ohm complexa**

$$\bar{I}(t) = \bar{V}(t) / \bar{Z}$$

on  $\bar{Z}$  és la **impedància**

$$\bar{Z} = R + jX$$

i

$$X = X_L - X_C = (L\omega - 1/C\omega)$$

s'anomena **reactància**, amb  $X_L = L\omega$  la **inductància** i  $X_C = 1/C\omega$  la **capacitància**.

Si s'expressa la impedància en forma polar,

$$\bar{Z} = Ze^{j\varphi}$$

on  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$  i  $\varphi = \arctan(X/R)$

aleshores  $\bar{I}(t) = \bar{V}(t) / \bar{Z} = I_0 e^{j(\omega t - \varphi)} = I_0 [\cos(\omega t - \varphi) + j \sin(\omega t - \varphi)]$

amb  $I_0 = V_0 / Z$

i es veu que, en general, **la intensitat està desfasada respecte la tensió en un angle  $\varphi$** .

El cosinus de l'angle  $\varphi$ ,  $\cos\varphi = R/Z$ , és el **factor de potència** del circuit.

Si  $\varphi > 0$  ( $\varphi < 0$ ) diem que  $I(t)$  s'endarrereix (avança) respecte  $V(t)$ . Quan es visualitzen els senyals alterns en funció del temps, la magnitud que s'endarrereix es veu més a la dreta que la magnitud avançada. Per exemple, si  $\varphi = +\pi/6$  radians i representem la part imaginària de les magnituds complexes  $V(t)$  (proporcional a la funció  $\sin(\omega t)$ , línia contínua a la Figura 2) i la intensitat  $I(t)$  (proporcional a  $\sin(\omega t - \pi/6)$ , línia discontinua), veurem que la magnitud endarrerida,  $I(t)$ , està desplaçada respecte l'altra,  $V(t)$ , cap a la dreta.

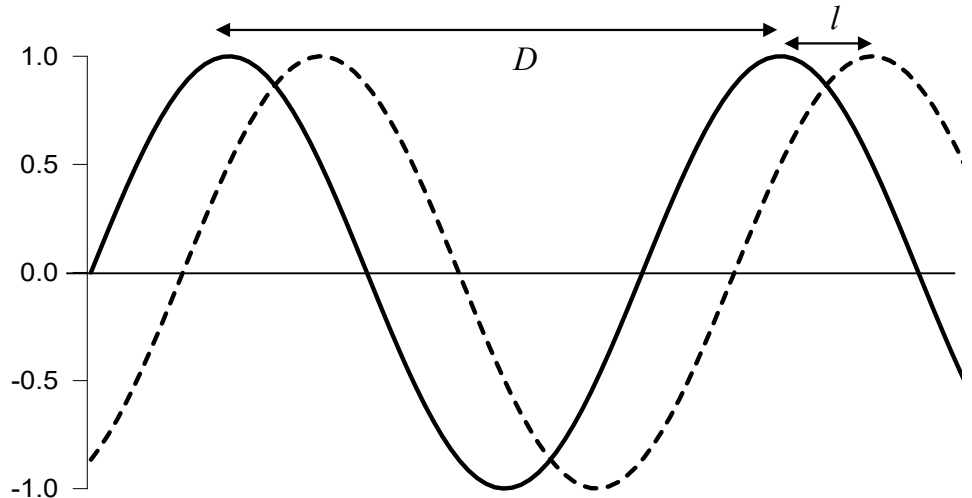


Figura 2

L'angle  $\varphi$  de desfasament pot trobar-se a partir de la gràfica. Tenint en compte que la distància  $D$  entre dos màxims consecutius d'una funció sinus correspon a un desfasament de  $2\pi$  radians, si mesurem  $D$  a la gràfica, així com la distància  $l$  entre dos màxims consecutius dels dos senyals sinusoidals, l'angle  $\varphi$  en radians és

$$\varphi = \left( \frac{2\pi}{D} \right) l$$

S'anomena **freqüència de ressonància**,  $f_R$ , la freqüència del senyal altern que fa que la impedància del circuit sigui real,  $\bar{Z} = R$ , és a dir, amb reactància  $X = (L\omega - 1/C\omega) = 0$ , de manera que  $\varphi = 0$  i la tensió i la intensitat estan en fase. Podeu comprovar que  $f_R = \omega_R / 2\pi = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ . Per a la freqüència ressonant, el mòdul de la impedància adopta el valor mínim, el que es tradueix en que l'amplitud de la intensitat que circula pel circuit sigui màxima.

Les expressions anteriors corresponen a un circuit RLC sèrie, i també són aplicables a circuits RC (posant  $L = 0$ ), RL (posant  $C \rightarrow \infty$ ) i LC (posant  $R = 0$ ).

La llei d'Ohm permet relacionar la tensió en els extrems de qualsevol element del circuit amb la seva impedància i la intensitat que hi circula:

$$\begin{aligned}\bar{V}_R(t) &= \bar{Z}_R \bar{I}(t) & \text{amb} & \quad \bar{Z}_R = R \\ \bar{V}_L(t) &= \bar{Z}_L \bar{I}(t) & \text{amb} & \quad \bar{Z}_L = jX_L = jL\omega = L\omega e^{j\pi/2} \\ \bar{V}_C(t) &= \bar{Z}_C \bar{I}(t) & \text{amb} & \quad \bar{Z}_C = -jX_C = -\frac{j}{C\omega} = \frac{1}{C\omega} e^{-j\pi/2}\end{aligned}$$

En connectar un canal de l'oscil·loscopi a borns d'un element, podrem observar a la pantalla de l'oscil·loscopi la tensió instantània aplicada a l'element. Per exemple, si l'element és la resistència  $R$ , podrem saber fàcilment quina és la intensitat instantània que hi circula, només dividint pel valor de  $R$ . Si connectem els dos canals de l'oscil·loscopi a borns de dos elements diferents, podrem visualitzar els dos senyals simultàniament (si hem premut el botó DUAL), el que ens permetrà trobar el seu desfasament relatiu.

**NOTA:** Quan es connecten simultàniament els dos canals de l'oscil·loscopi a dos elements diferents, **els borns negres dels cables s'han de connectar al mateix punt** perquè l'oscil·loscopi els té connectats internament entre si. Això es pot fer quan es mesuren diferències de tensió entre dos elements veïns. En canvi, **si els elements no són veïns, s'ha de modificar el circuit de manera que ho siguin.**

## 2 Problemes previs

### 2.1 Problema d'un circuit RC

Considereu un circuit RC sèrie amb una resistència  $R = 200 \Omega$  i un condensador de capacitat  $C = 100 \text{ nF}$ , connectat a una tensió sinusoidal amb una freqüència  $f = 1 \text{ kHz}$  i amplitud  $V_0 = 4 \text{ V}$ .

- Determineu el mòdul de la impedància  $Z$  del circuit, l'amplitud  $I_0$  de la intensitat que hi circula, i el desfasament  $\varphi$  entre la tensió aplicada i la intensitat instantànies.
- Quina és l'amplitud  $V_{R0}$  de la tensió a borns de la resistència i el seu desfasament  $\varphi_R$  respecte la intensitat?
- Quina és l'amplitud  $V_{C0}$  de la tensió a borns del condensador i el seu desfasament  $\varphi_C$  respecte la intensitat?
- Comproveu que  $V_0 = \sqrt{V_{R0}^2 + V_{C0}^2}$

### 2.2 Problema d'un circuit RL

Considereu un circuit RL sèrie amb una resistència  $R = 200 \Omega$ , connectat a una tensió sinusoidal amb una freqüència  $f = 1 \text{ kHz}$  i amplitud  $V_0 = 4 \text{ V}$ . Si l'amplitud de la tensió a la resistència és  $V'_{R0} = 2 \text{ V}$ , determineu l'amplitud  $I'_0$  de la intensitat, l'amplitud de la tensió a borns de la bobina  $V'_{L0}$ , i el valor del coeficient d'autoinducció  $L$  de la bobina.

## 2.3 Problema d'un circuit RLC

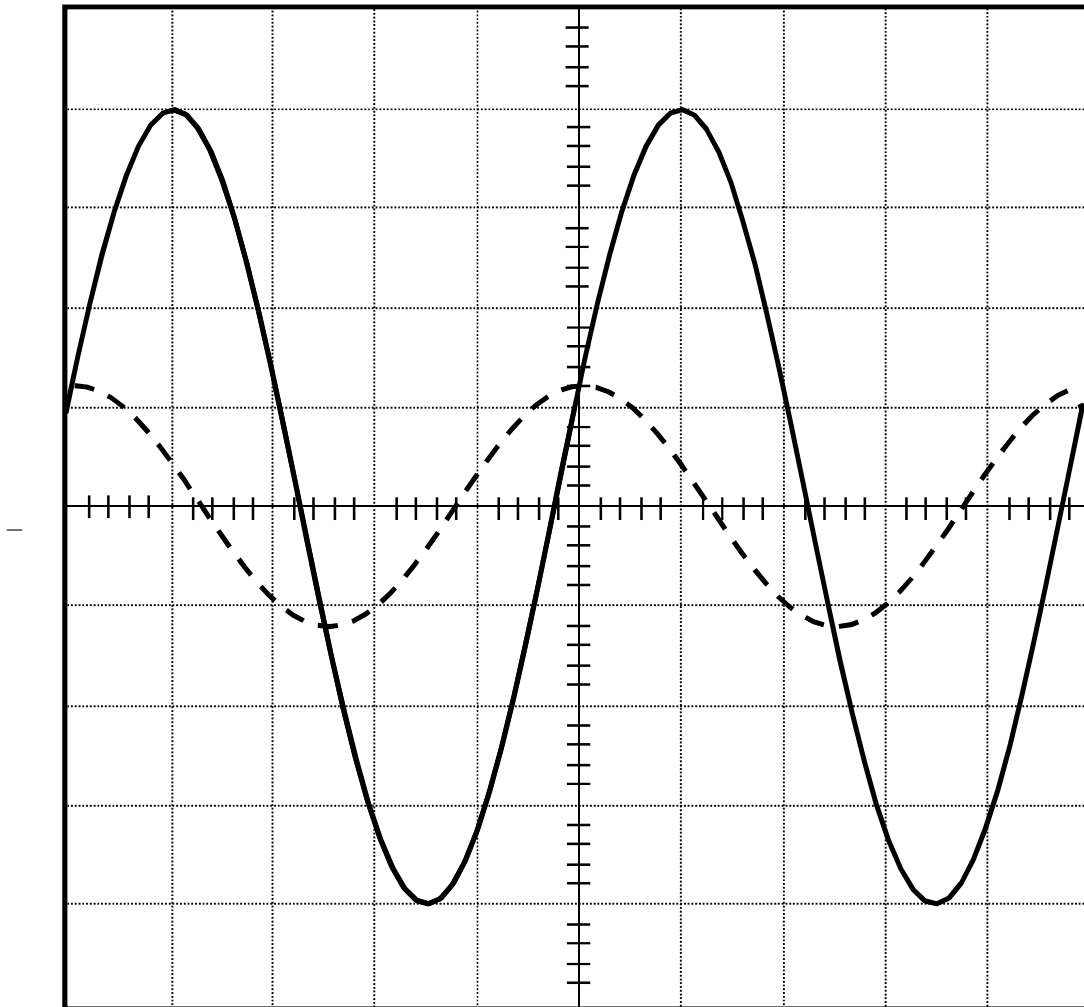
Disposen d'un circuit RLC sèrie amb una resistència  $R = 200 \Omega$ , i un condensador i una bobina de capacitat  $C$  i coeficient d'autoinducció  $L$  desconeguts, connectat a un generador de corrent altern. A la pantalla d'un oscil·loscopi de doble canal, amb una base de temps de  $0.2 \text{ ms/div}$  i un coeficient de deflexió de  $1 \text{ V/div}$  per ambdós canals, visualitzem la tensió instantània del generador  $V(t)$  i la de la resistència  $V_R(t)$ , els senyals de les quals són els que es mostren a la figura, on  **$V(t)$  és la línia contínua i  $V_R(t)$  la discontinua.**

a) A partir de la gràfica, determineu

- a1) el període  $T$  i la freqüència  $f$  del corrent,
- a2) l'amplitud  $V_0$  de  $V(t)$  i l'amplitud  $V_{R0}$  de  $V_R(t)$ ,
- a3) el desfasament entre  $V(t)$  i  $V_R(t)$ , tot dient quina magnitud avança a l'altra.

b) Tenint en compte que  $R = 200 \Omega$ , a partir dels valors de  $V_0$  i  $V_{R0}$  calculeu

- b1) l'amplitud  $I_0$  de la intensitat,
- b2) el mòdul de la impedància  $Z$  del circuit,
- b3) el factor de potència,
- b4) el desfasament entre la tensió i la intensitat.



## 3 Procediment de mesura

### 3.1 Comproveu que al vostre lloc de treball teniu:

- 1 connector BNC en forma de T.
- 1 cable BNC-BNC.
- 2 cables BNC-banana.
- 1 tauler de connexions.
- 1 joc de connectors en forma de pont.
- 1 oscil·loscopi de doble canal.
- 1 polímetre.
- 1 generador de funcions.
- 1 resistència de  $200\ \Omega$ .
- 1 bobina.
- 1 condensador.

### 3.2 Circuit RC

1. Mesureu la resistència  $R$  amb el polímetre.
2. Amb la resistència  $R$  i el condensador, munteu un circuit RC sèrie, i connecteu-lo al generador per a un senyal sinusoidal amb una freqüència  $f = 1\ \text{kHz}$ . Connecteu un canal de l'oscil·loscopi per veure la tensió  $V(t)$  que el generador proporciona al circuit i comproveu que el període  $T$  del senyal correspon a la freqüència  $f = 1/T$  aplicada. Amb el comandament AMPLITUDE del generador ajusteu la amplitud de  $V(t)$  a  $V_0 = 4\ \text{V}$ . Després connecteu el canal de l'oscil·loscopi a borns de la resistència i mesureu l'amplitud de la tensió  $V_{R0}$ . Feu el mateix a borns del condensador i mesureu l'amplitud de la tensió  $V_{C0}$ .
3. A partir de  $R$ ,  $V_{R0}$  i  $V_{C0}$  deduiu l'amplitud  $I_0$  de la intensitat i el valor de la capacitat  $C$  del condensador.

### 3.3 Circuit RL

1. Munteu un circuit RL sèrie amb la resistència  $R$  i la bobina, tot mantenint el senyal sinusoidal del generador amb  $f = 1\ \text{kHz}$  i  $V_0 = 4\ \text{V}$ . De manera similar a l'apartat anterior, mesureu la nova amplitud de la tensió a la resistència  $V'_{R0}$  i l'amplitud de la tensió a la bobina  $V_{L0}$ .
2. A partir de  $R$ ,  $V'_{R0}$  i  $V_{L0}$  deduiu l'amplitud  $I_0$  de la intensitat i el valor del coeficient d'autoinducció  $L$  de la bobina.

### 3.4 Circuit RLC

1. Munteu el circuit RLC sèrie i connecteu-lo al generador del corrent altern mantenint el senyal sinusoidal amb  $f = 1\ \text{kHz}$  i  $V_0 = 4\ \text{V}$ . Connecteu els dos canals de l'oscil·loscopi per mesurar simultàniament  $V_0$  i  $V_{R0}$ . Recordeu que **els borns negres dels cables s'han de connectar al mateix punt**. Determineu l'amplitud  $I_0$  de la intensitat i el mòdul de la impedància  $Z$  de tot el circuit.
2. A partir de la gràfica de l'oscil·loscopi determineu quin és el desfasament  $\varphi$  entre la tensió i la intensitat. Quina magnitud va avançada respecte l'altra? Quant val el factor de potència?

3. Connecteu un canal de l'oscil·loscopi a borns de la resistència. Canvieu la freqüència del generador de manera contínua fins que l'amplitud de l'ona observada a l'oscil·loscopi sigui màxima. Mesureu, amb l'oscil·loscopi, la freqüència que fa màxima l'amplitud  $f_R$  (freqüència de ressonància). A partir dels valors de  $R$ ,  $L$  i  $C$  obtinguts als apartats anteriors calculeu el valor teòric de la freqüència de ressonància  $f_R^t$

# Corrent altern: Circuits RC, RL i RLC sèrie

Data:

Grup:

Cognoms:

Lloc de treball (A1,B2,...):

Nom:

Qualificació:

**Important: Sempre connecteu els borns de cables negres del oscil·loscopi i del generador al mateix punt. Invertiu la polaritat de connexió de generador si és necessari.**

## 1 Circuit RC

Mesureu la resistència amb el polímetre,  $R = \dots\dots\dots$

Amb la resistència  $R$  i el condensador, munteu un circuit RC sèrie, i connecteu-lo al generador per a un senyal sinusoidal amb una freqüència  $f = 1$  kHz i amplitud  $V_0 = 4$  V. Connecteu un canal de l'oscil·loscopi per veure la tensió del generador i amb el comandament AMPLITUDE del generador ajusteu la amplitud a  $V_0 = 4$  V. Després connecteu un canal de l'oscil·loscopi a borns de la resistència i mesureu l'amplitud de la tensió  $V_{R0}$ . Feu el mateix a borns del condensador i mesureu l'amplitud de la tensió  $V_{C0}$ .

$$V_{R0} = \dots\dots\dots \quad V_{C0} = \dots\dots\dots$$

A partir de  $V_{R0}$  i  $V_{C0}$  calculeu l'amplitud  $I_0$  de la intensitat, la capacítància  $X_C$  i el valor de la capacitat  $C$  del condensador.

$$I_0 = \dots\dots\dots \quad X_C = \dots\dots\dots \quad C = \dots\dots\dots$$

## 2 Circuit RL

Amb la resistència  $R$  i la bobina, munteu un circuit RL sèrie mantenint el senyal sinusoidal del generador amb  $f = 1$  kHz i  $V_0 = 4$  V i De manera similar a l'apartat anterior mesureu la nova amplitud de la tensió a la resistència  $V'_{R0}$  i l'amplitud de la tensió a la bobina  $V_{L0}$ .

$$V'_{R0} = \dots\dots\dots \quad V_{L0} = \dots\dots\dots$$

A partir de  $V'_{R0}$  i  $V_{L0}$  calculeu l'amplitud  $I'_0$  de la intensitat, la inductància  $X_L$  i el valor del coeficient d'autoinducció  $L$  de la bobina.

$$I'_0 = \dots\dots\dots \quad X_L = \dots\dots\dots \quad L = \dots\dots\dots$$

## 3 Circuit RLC

Munteu el circuit RLC sèrie i connecteu-lo al generador de corrent altern amb  $f = 1$  kHz i  $V_0 = 4$  V. Connecteu els dos canals de l'oscil·loscopi per mesurar simultàniament  $V_0$  i  $V_{R0}$ . Calculeu l'amplitud  $I_0$  de la intensitat i el mòdul de la impedància  $Z$  de tot el circuit.

$$I_0 = \dots\dots\dots \quad Z = \dots\dots\dots$$

A partir de la gràfica de l'oscil·loscopi determineu el desfasament  $\varphi$  entre la tensió i la intensitat. Quina magnitud va avançada respecte l'altra? Quant val el factor de potència?

$$\varphi = \dots\dots^\circ ; \dots\dots\dots \text{avança respecte} \dots\dots\dots ; \text{Factor de potència} = \dots\dots\dots$$

Connecteu un canal de l'oscil·loscopi a borns de la resistència. Canvieu el valor de la freqüència del generador de manera contínua fins que l'amplitud de l'ona observada a l'oscil·loscopi sigui màxima. Measureu, amb l'oscil·loscopi, la freqüència que fa màxima l'amplitud  $f_R$  (freqüència de ressonància). A partir dels valors de  $R$ ,  $L$  i  $C$  obtinguts als apartats anteriors calculeu el valor teòric de la freqüència de ressonància  $f'_R$

$$f_R = \dots\dots\dots \quad f'_R = \dots\dots\dots$$

El desfasament entre la tensió i la intensitat en la ressonància és  $\varphi_R = \dots\dots^\circ$