

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - Corrent Continu i Corrent Altern
4 de novembre de 2020

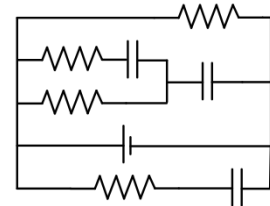
Model B

Qüestions: 50% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerclau-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

- T1)** Al circuit de la figura, totes les resistències tenen el mateix valor $R = 75 \Omega$, tots els condensadors la mateixa capacitat $C = 50 \mu\text{F}$, i la font de tensió és de $\epsilon = 3 \text{ V}$. El corrent elèctric que travessa la fem pren per valor



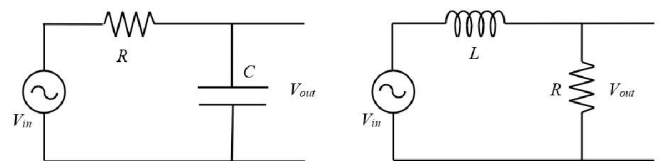
- a) 0.01 A b) 0 A
c) 0.16 A d) 0.04 A
- T2)** Un circuit RLC amb una autoinducció $L = 25 \text{ mH}$ i una capacitat $C = 10 \mu\text{F}$ està connectat a una font de corrent alterna de tensió efectiva $V_{eff} = 220 \text{ V}$. Si la pulsació (o freqüència angular) de la font es igual a la de ressonància, el circuit dissipa una potència $P = 50 \text{ W}$. Quin es el valor de la resistència R del circuit?

- a) 2968 Ω b) 968 Ω c) 2000 Ω d) 4000 Ω

- T3)** Amb un voltímetre es mesura la tensió a les plaques d'un condensador, inicialment carregat, que es descarrega amb una resistència de 10 k Ω . Si la tensió a les plaques del condensador s'ha reduït a la meitat en mig minut, la capacitat del condensador és:

- a) 2 nF b) 6 μF c) 4.33 mF d) 30 pF

- T4)** El coeficient d'autoinducció i la capacitat del condensador dels dos filtres de la figura valen respectivament 9 mH i 10 μF . Per quin valor de la resistència els dos circuits filtren de la mateixa manera per qualsevol freqüència?



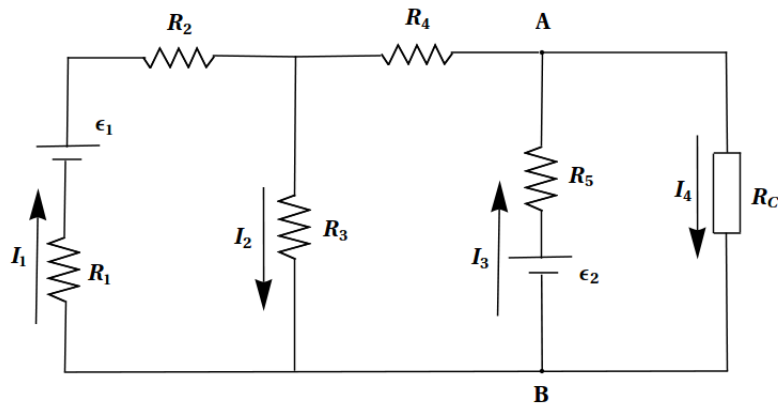
- a) $R = 100 \Omega$ b) $R = 20 \Omega$
c) $R = 30 \Omega$ d) $R = 5 \Omega$
- T5)** La resistència en un circuit RL sèrie és 100 Ω . Si a la freqüència $f = 50 \text{ Hz}$ el defasament entre tensió i corrent es de $17^\circ 44'$, quin defasament hi haurà al doble de freqüència?

- a) $34^\circ 88'$. b) $32^\circ 14'$. c) $30^\circ 16'$. d) $36^\circ 72'$.

Examen de Física - Corrent Continu i Corrent Altern
4 de novembre de 2020

Problema: 50% de l'examen

En el circuit mostrat a la figura, sabem que si $R_c = 125 \Omega \Rightarrow V_A - V_B = 2 \text{ V}$, i que si $R_c = 450 \Omega \Rightarrow V_A - V_B = 4 \text{ V}$. Els valors de les resistències del circuit son $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 250 \Omega$, $R_4 = 375 \Omega$, $R_5 = 625 \Omega$, i $\varepsilon_2 = 7.5 \text{ V}$. Determineu:



- Quin es el circuit equivalent de Thévenin, entre els punts A i B, que veurà la resistència R_c ? Verifiquen que amb els valors (V_{Th} , R_{Th}) trobats se satisfan les dades proporcionades a l'enunciat referents a $V_A - V_B$ per a $R_c = 450 \Omega$ i $R_c = 125 \Omega$.
- Quant valdrà $V_A - V_B$ en circuit obert? Determineu en aquest cas els valors de I_1 , I_2 , I_3 , i trobeu el valor de ε_1 .
- Canviem la font de tensió contínua ε_1 per un generador de tensió alterna $V_g(t) = 10V \sin(4000t)$, i la segona font de tensió ε_2 per un condensador amb $C = 200 \text{ nF}$. Substituïm la resistència R_c per un element de impedància $\bar{Z} = jX'$. Trobeu quin ha de ser aquest element i el seu valor per tal que la intensitat $I_g(t)$ del generador estigui en fase amb la tensió $V_g(t)$. Raoneu la resposta.
- Determineu la potència mitjana subministrada pel generador al circuit.

COMENCEU LA RESOLUCIÓ DEL PROBLEMA EN AQUEST MATEIX FULL

Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	a	d
T2)	b	b
T3)	d	c
T4)	b	c
T5)	b	b

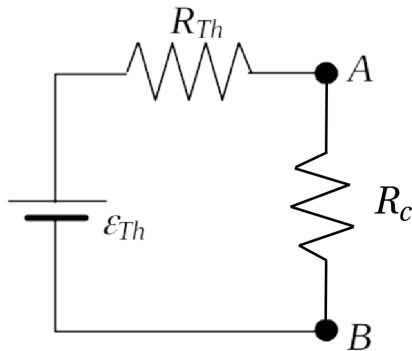
Resolució del Model A

- T1)** Si el circuit opera en resonància, la part imaginària de la impedància es zero, i llavors $\bar{Z} = R$. La potència dissipada en aquest cas es $P = V_{eff}^2 R / Z^2 = V_{eff}^2 R / R^2 = V_{eff}^2 / R$. Així tenim que $R = V_{eff}^2 / P = 220^2 / 50 = 968 \Omega$.
- T2)** Al circuit RL sèrie l'angle de desfasament entre tensió i corrent ve donat per la relació $\tan \alpha = L\omega / R$. Amb les dades inicials podem trobar el valor de L d'aquesta expressió: $L = R \tan \alpha / \omega = 100 \tan(17^\circ 44') / (2\pi 50) = 0.1$ mH. Un cop sabem aquest valor, el desfasament al doblar la freqüència ve donat per $\tan \tilde{\alpha} = 0.1 2\pi 100 / 100$ i d'aquí resulta $\tilde{\alpha} = 32^\circ 14'$.
- T3)** Sabem que a les branques on hi ha condensadors no circula cap corrent. Així doncs, la única malla tancada on $I \neq 0$ es la que passa per la branca on hi es la fem i per la branca d'adalt de tot. El corrent que circula és doncs $I = \epsilon / R = 3 / 75 = 0.04$ A.
- T4)** La tensió a les plaques del condensador, quan està totalment carregat, és $V_0 = q_0 / C$. A mesura que passa el temps la tensió és $V = q / C = \frac{q_0}{C} e^{-t/\tau_C}$. Quan la tensió es redueix a la meitat, tenim: $V = V_0 / 2 = V_0 e^{-t/\tau_C}$. Per tant, $\tau_C = -t / \ln(0.5)$. Finalment, la capacitat és: $C = -\frac{t}{R \ln(0.5)} = 4.33$ mF.
- T5)** Es tracta de dos filtres passa baixes. La funció de transferència del circuit amb el condensador és $H(\omega) = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$ i la del circuit amb la bobina és $H(\omega) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$. Igualant ambdues expressions i elevant al quadrat, tenim $\frac{X_C^2}{R^2 + X_C^2} = \frac{R^2}{R^2 + X_L^2}$. Per tant, $X_C^2 R^2 + X_C^2 X_L^2 = R^4 + X_C^2 R^2$. Simplificant, tenim $X_L^2 X_C^2 = R^4$. Per tant, $R = \sqrt{X_L X_C}$. Com $X_C = \frac{1}{\omega C}$ i $X_L = \omega L$, finalment tenim que $R = \sqrt{L/C} = \sqrt{9 \times 10^{-3} / 10 \times 10^{-6}} = 30 \Omega$.

Resolució del Problema

- a) Trobarem la resistència equivalent de Thévenin considerant l'esquema de connexions entre A i B. El conjunt de resistències (R_1, R_2, R_3) configura un sistema on R_1 i R_2 estan en sèrie, en paral·lel amb R_3 , proporcionant $R_{123} = 136.364 \Omega$. Aquest conjunt està en sèrie amb $R_4 = 375 \Omega$, fent $R_{1234} = 511.364 \Omega$, que està en paral·lel amb $R_5 = 625 \Omega$, proporcionant finalment $R_{Th} = 281.25 \Omega$.

Sabem que quan $R_c = 450 \Omega$, $V_A - V_B = 4 V$, per tant considerant el circuit equivalent Thévenin tenim $I = (V_A - V_B)/R_c = 4/450 = 8.888 \text{ mA}$. Substituint en l'equació $V_A - V_B = V_{Th} - IR_{Th}$ tenim $4 = V_{Th} - 281.25 \times 0.00888 \Rightarrow V_{Th} = 6.5 V$.



Igualment, sabem que quan $R_c = 125 \Omega$, $V_A - V_B = 2 V$, per tant en el circuit equivalent Thévenin tenim ara $I = 2/125 = 16 \text{ mA}$. Substituint de nou en l'equació $V_A - V_B = V_{Th} - IR_{Th}$ tenim $2 = V_{Th} - 281.25 \times 0.016 \Rightarrow V_{Th} = 6.5 V$, confirmant que el circuit equivalent de Thévenin correspon a $V_{Th} = 6.5 V$, $R_{Th} = 281.25 \Omega$.

- b) En circuit obert, $V_A - V_B = V_{Th} = 6.5 V$. En aquest cas, deduem immediatament que $I_4 = 0$, $I_3 = (7.5 - 6.5)V/625\Omega$, és a dir $I_3 = 1.6 \text{ mA}$. També tenim que $V_A - V_B = 6.5 = I_2 R_3 + I_3 R_4$, d'on obtenim directament $I_2 = 23.6 \text{ mA}$. De l'equació de nusos (en circuit obert) $I_1 + I_3 = I_2$ obtenim $I_1 = 22.0 \text{ mA}$. Finalment, de l'equació de malla $\varepsilon_1 - I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_3 = 0$ obtenim $\varepsilon_1 = 12.5 V$.
- c) La branca amb els elements (R_5, C) en sèrie té una impedància complexa $\bar{Z} = R_5 - j/(C\omega) = 625 - j1250$, mentre que la que tenim en substitució de R_c té una impedància desconeguda $\bar{Z} = jX'$. La condició que $I_g(t)$ i $V_g(t)$ estiguin en fase implica que la impedància del circuit sigui real, amb part imaginària nul·la. Donat que tots els elements a l'esquerra dels punts A i B ténen impedància real, caldrà que la combinació de les dues branques sigui també real. Sabem que l'element X' que cal situar en paral·lel a una impedància complexa $\bar{Z} = R + jX = 625 - j1250$ té per valor $X' = -(R^2 + X^2)/X = +1562.5 \Omega$, és a dir que es tracta d'una bobina amb autoinducció $L\omega = X' \Rightarrow L = 1562.5/4000 = 0.391 H$. El conjunt de les dues branques té una impedància real $\bar{Z} = (R^2 + X^2)/R = 3125 \Omega$.
- d) El conjunt de resistències ($R_3, R_4, \bar{Z} = 3125 \Omega$) configura un sistema on R_4 i $\bar{Z} = 3125 \Omega$ estan en sèrie, en paral·lel amb R_3 , proporcionant $R_{34Z} = 233.333 \Omega$. Aquest conjunt està en sèrie amb R_1 i R_2 , proporcionant finalment $R_{eq} = 533.3 \Omega$. Així doncs la intensitat màxima val $I_0 = V_0/R_{eq} = 0.01875 \text{ A}$, el factor de potència és 1, i la potència subministrada pel generador és $P = \frac{1}{2}V_0 I_0 = 0.09375 \text{ W} = 93.75 \text{ mW}$.