

Cognoms i Nom:

Codi

Examen FINAL de Física  
20 de gener de 2023

Model A

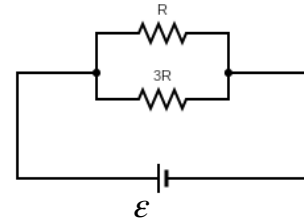
Qüestions: 40% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerceleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Al circuit de la figura, per la resistència de valor  $R$  hi circula una intensitat  $I_1 = 3$  A, i la potència dissipada a tot el circuit es de  $P = 18$  W. Quin es el valor de  $R$  i de la f.e.m.  $\varepsilon$  de la bateria?

- a)  $\varepsilon = 4.5$  V i  $R = 2/3$   $\Omega$ .    b)  $\varepsilon = 9$  V i  $R = 2/3$   $\Omega$ .  
c)  $\varepsilon = 4.5$  V i  $R = 3/2$   $\Omega$ .    d)  $\varepsilon = 9$  V i  $R = 3/2$   $\Omega$ .



**T2)** Amb la tecnologia experimental 6G per telefonia mòbil, es podria aconseguir una velocitat de transmissió de dades  $v = 1$  Tbit/s. Quin es l'ample de banda  $f_b$  que ho permet i quina es la durada mínima dels pols,  $\tau$ , que es pot transmetre amb aquesta tecnologia?

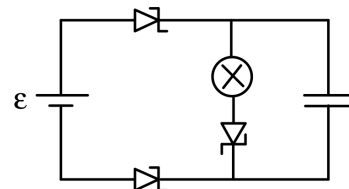
- a)  $f_b = 1$  THz i  $\tau = 1$  ps.                      b)  $f_b = 1$  THz i  $\tau = 0.5$  ps.  
c)  $f_b = 2$  THz i  $\tau = 2$  ps.                      d)  $f_b = 2$  THz i  $\tau = 0.5$  ps.

**T3)** Disposem d'un conjunt de 5 làmines polaritzadores situades en paral·lel una a continuació de l'altre, de manera que l'eix de polarització d'una làmina forma un angle  $\theta$  amb l'eix de la làmina anterior. Sobre la primera làmina incideix un feix de llum no polaritzada d'intensitat  $I_0$ . La llum que surt de la darrera làmina té un intensitat igual al 47.09% de l'intensitat  $I_0$ . Quin es l'angle  $\theta$  que formen els eixos de polarització dels polaritzadors?

- a)  $7.0^\circ$ .                      b)  $24.5^\circ$ .                      c)  $6.2^\circ$ .                      d)  $22.0^\circ$ .

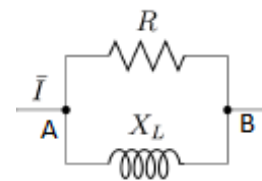
**T4)** El circuit de la figura conté tres diodes Zener idèntiques de característiques  $V_\gamma = 0.7$  V i  $V_Z = 10$  V, així com un condensador de capacitat  $C = 15$   $\mu$ F. El valor mínim necessari de la fem  $\varepsilon$  del generador de tensió per tal que la bombeta llueixi és:

- a)  $\varepsilon = 8.6$  V.                      b)  $\varepsilon = 10.7$  V.  
c)  $\varepsilon = 11.4$  V.                      d)  $\varepsilon = 9.3$  V.



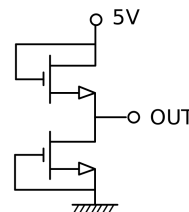
**T5)** Al circuit de corrent altern de la figura ajustem la freqüència per tal que  $X_L = 2R$ . En aquesta situació, quina relació hi ha entre la intensitat  $\bar{I}$  i la tensió  $\bar{V}_{AB}$  ?

- a)  $\bar{I}$  està retardada  $26.5^\circ$  respecte a  $\bar{V}_{AB}$ .
- b)  $\bar{I}$  està avançada  $26.5^\circ$  respecte a  $\bar{V}_{AB}$ .
- c)  $\bar{I}$  està retardada  $63.4^\circ$  respecte a  $\bar{V}_{AB}$ .
- d)  $\bar{I}$  està avançada  $63.4^\circ$  respecte a  $\bar{V}_{AB}$ .



**T6)** Els dos transistors nMOS del circuit de la figura són iguals i tal que els seus paràmetres característics són  $V_T = 0.8\text{ V}$  i  $\beta = 200\ \mu\text{A}/\text{V}^2$ . La tensió de sortida  $V_{\text{OUT}}$  val

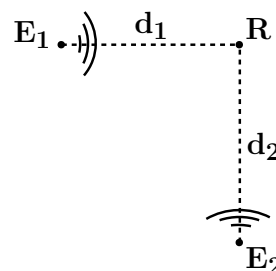
- a)  $V_{\text{OUT}} = 1.8\text{ V}$ .
- b)  $V_{\text{OUT}} = 4.2\text{ V}$ .
- c)  $V_{\text{OUT}} = 0.8\text{ V}$ .
- d) Cap de les anteriors.



**T7)** Si comparem la radiació infraroja amb la llum visible en el buit, quina de les afirmacions següents és certa?

- a) El nombre d'ona infraroig és més gran que el de la llum visible.
- b) La freqüència infraroja és més gran que la de la llum visible.
- c) La longitud d'ona infraroja és més gran que la de la llum visible.
- d) La radiació infraroja es propaga més ràpid que la llum visible.

**T8)** Els emissors d'ultrasons  $E_1$  i  $E_2$  de la figura emeten en fase ones de  $40\text{ kHz}$  de freqüència. Diem  $d_1$  i  $d_2$  a la distància de  $E_1$  i  $E_2$  al receptor  $R$ . Si  $d_1$  és fix i per un determinat valor de  $d_2$  es produeix a  $R$  una interferència constructiva, per quin dels següents valors del desplaçament de  $E_2$  es detectarà una interferència destructiva? (Velocitat de propagació del so a l'aire  $v = 340\text{ m/s}$ )



- a)  $\Delta d_2 = 1.275\text{ cm}$ .
- b)  $\Delta d_2 = 0.85\text{ cm}$ .
- c)  $\Delta d_2 = 1.70\text{ cm}$ .
- d)  $\Delta d_2 = 0.2125\text{ cm}$ .

Les notes sortiran com a màxim el dimecres 25 de gener i la revisió només de l'examen final es farà el dijous 26 de gener de 11h30 a 12h30 a l'aula B4-212. Consulteu el racó per possibles actualitzacions.

Cognoms i Nom:

Codi

Examen FINAL de Física  
20 de gener de 2023

Model B

Qüestions: 40% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerclau-la de manera clara.

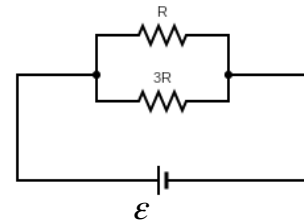
Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Amb la tecnologia experimental 6G per telefonia mòbil, es podria aconseguir una velocitat de transmissió de dades  $v = 1$  Tbit/s. Quin es l'ample de banda  $f_b$  que ho permet i quina es la durada mínima dels pols,  $\tau$ , que es pot transmetre amb aquesta tecnologia?

- a)  $f_b = 1$  THz i  $\tau = 0.5$  ps.                      b)  $f_b = 1$  THz i  $\tau = 1$  ps.  
c)  $f_b = 2$  THz i  $\tau = 2$  ps.                      d)  $f_b = 2$  THz i  $\tau = 0.5$  ps.

**T2)** Al circuit de la figura, per la resistència de valor  $R$  hi circula una intensitat  $I_1 = 3$  A, i la potència dissipada a tot el circuit es de  $P = 18$  W. Quin es el valor de  $R$  i de la f.e.m.  $\varepsilon$  de la bateria?

- a)  $\varepsilon = 9$  V i  $R = 3/2 \Omega$ .                      b)  $\varepsilon = 4.5$  V i  $R = 3/2 \Omega$ .  
c)  $\varepsilon = 9$  V i  $R = 2/3 \Omega$ .                      d)  $\varepsilon = 4.5$  V i  $R = 2/3 \Omega$ .

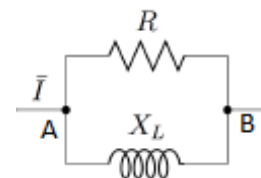


**T3)** Si comparem la radiació infraroja amb la llum visible en el buit, quina de les afirmacions següents és certa?

- a) La radiació infraroja es propaga més ràpid que la llum visible.  
b) La freqüència infraroja és més gran que la de la llum visible.  
c) La longitud d'ona infraroja és més gran que la de la llum visible.  
d) El nombre d'ona infraroig és més gran que el de la llum visible.

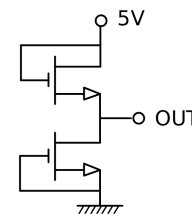
**T4)** Al circuit de corrent altern de la figura ajustem la freqüència per tal que  $X_L = 2R$ . En aquesta situació, quina relació hi ha entre la intensitat  $\bar{I}$  i la tensió  $\bar{V}_{AB}$  ?

- a)  $\bar{I}$  està avançada  $26.5^\circ$  respecte a  $\bar{V}_{AB}$ .  
b)  $\bar{I}$  està retardada  $63.4^\circ$  respecte a  $\bar{V}_{AB}$ .  
c)  $\bar{I}$  està avançada  $63.4^\circ$  respecte a  $\bar{V}_{AB}$ .  
d)  $\bar{I}$  està retardada  $26.5^\circ$  respecte a  $\bar{V}_{AB}$ .

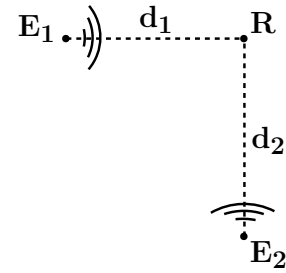


**T5)** Els dos transistors nMOS del circuit de la figura són iguals i tal que els seus paràmetres característics són  $V_T = 0.8$  V i  $\beta = 200 \mu\text{A}/\text{V}^2$ . La tensió de sortida  $V_{\text{OUT}}$  val

- a)  $V_{\text{OUT}} = 4.2$  V.                                      b)  $V_{\text{OUT}} = 0.8$  V.  
c)  $V_{\text{OUT}} = 1.8$  V.                                      d) Cap de les anteriors.

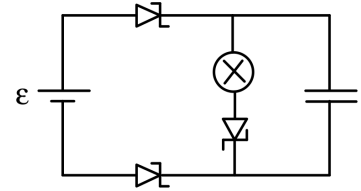


**T6)** Els emissors d'ultrasons  $E_1$  i  $E_2$  de la figura emeten en fase ones de 40 kHz de freqüència. Diem  $d_1$  i  $d_2$  a la distància de  $E_1$  i  $E_2$  al receptor  $R$ . Si  $d_1$  és fix i per un determinat valor de  $d_2$  es produeix a  $R$  una interferència constructiva, per quin dels següents valors del desplaçament de  $E_2$  es detectarà una interferència destructiva? (Velocitat de propagació del so a l'aire  $v = 340$  m/s)



- a)  $\Delta d_2 = 1.70$  cm.                      b)  $\Delta d_2 = 0.2125$  cm.  
 c)  $\Delta d_2 = 0.85$  cm.                      d)  $\Delta d_2 = 1.275$  cm.

**T7)** El circuit de la figura conté tres diodes Zener idèntics de característiques  $V_\gamma = 0.7$  V i  $V_Z = 10$  V, així com un condensador de capacitat  $C = 15$   $\mu$ F. El valor mínim necessari de la fem  $\epsilon$  del generador de tensió per tal que la bombeta llueixi és:



- a)  $\epsilon = 9.3$  V.                                      b)  $\epsilon = 10.7$  V.  
 c)  $\epsilon = 8.6$  V.                                      d)  $\epsilon = 11.4$  V.

**T8)** Disposem d'un conjunt de 5 làmines polaritzadores situades en paral·lel una a continuació de l'altre, de manera que l'eix de polarització d'una làmina forma un angle  $\theta$  amb l'eix de la làmina anterior. Sobre la primera làmina incideix un feix de llum no polaritzada d'intensitat  $I_0$ . La llum que surt de la darrera làmina té un intensitat igual al 47.09% de l'intensitat  $I_0$ . Quin es l'angle  $\theta$  que formen els eixos de polarització dels polaritzadors?

- a)  $6.2^\circ$ .                                      b)  $7.0^\circ$ .                                      c)  $24.5^\circ$ .                                      d)  $22.0^\circ$ .

Les notes sortiran com a màxim el dimecres 25 de gener i la revisió només de l'examen final es farà el dijous 26 de gener de 11h30 a 12h30 a l'aula B4-212. Consulteu el racó per possibles actualitzacions.

Cognoms i Nom:

Codi

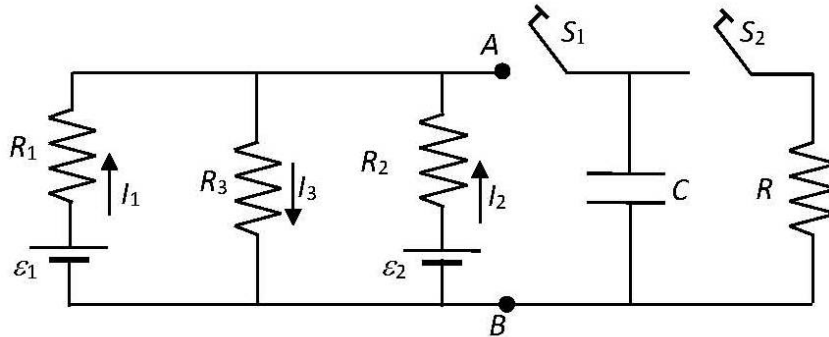
Examen FINAL de Física

20 de gener de 2023

Problema 1 (20% de l'examen)

Considereu el circuit de la figura, amb les dades:

$\epsilon_1 = 27 \text{ V}$ ,  $\epsilon_2 = 18 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 5 \text{ }\mu\text{F}$  i  $R = 4 \text{ k}\Omega$



- Trobeu quina intensitat circula per les resistències  $R_1$ ,  $R_2$  i  $R_3$  quan els interruptors  $S_1$  i  $S_2$  estan oberts.
- Si tanquem l'interruptor  $S_1$ , i mantenim  $S_2$  obert, quina és la constant de temps del procés transitori de càrrega del condensador, i quina serà la seva càrrega final un cop assolit el règim estacionari?
- Si també tanquem l'interruptor  $S_2$ , quina intensitat circularà per la resistència  $R$  i quina serà la càrrega final del condensador un cop assolit el règim estacionari?

**COMENCEU LA RESOLUCIÓ DEL PROBLEMA EN AQUEST FULL**

Cognoms i Nom:

Codi

Examen FINAL de Física

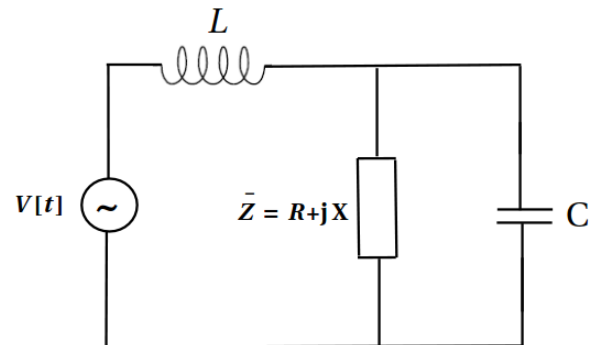
20 de gener de 2023

**Problema 2 (20% de l'examen)**

En el circuit representat a la figura, tenim  $V(t) = 50 V \cos(1000 t)$ ,  $X_L = 270 \Omega$  i  $X_C = 450 \Omega$ .

Sabent que el circuit està en ressonància, i que la potència mitjana consumida és  $\bar{P} = 20 W$ , determineu:

- La diferència de potencial instantània  $V_L(t)$  entre els extrems de la bobina.
- Quant val la impedància  $\bar{Z} = R + jX$ ? De quins elements es compona?
- Determineu les intensitats instantànies  $I_Z(t)$ ,  $I_C(t)$  i  $I_L(t)$ .



**COMENCEU LA RESOLUCIÓ DEL PROBLEMA EN AQUEST FULL**

Cognoms i Nom:

Codi

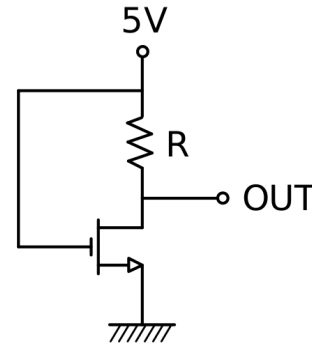
Examen FINAL de Física

20 de gener de 2023

**Problema 3 (20% de l'examen)**

El circuit de la figura mostra un transistor NMOS connectat a una resistència de valor  $R = 3\text{ k}\Omega$ .

- a) Determineu el valor de  $V_T$  i de  $\beta$  del transistor sabent que a la sortida s'obtenen  $4.4\text{ V}$  quan la tensió a l'entrada és  $V_{GS} - V_T = 2\text{ V}$ .
- b) Canviem ara la resistència per una de valor  $R = 20\text{ k}\Omega$ . Trobeu el valor del corrent que circula a través seu, així com la tensió de sortida  $V_{OUT}$  i el règim de treball del transistor.
- c) Trobeu el valor de la resistència  $R$  que fa que el transistor passi de règim de treball Òhmic a saturació.



**COMENCEU LA RESOLUCIÓ DEL PROBLEMA EN AQUEST FULL**

## Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	c	d
T2)	d	b
T3)	a	c
T4)	c	d
T5)	a	a
T6)	b	d
T7)	c	d
T8)	a	b

### Resolució del Model A

#### T1) Resolució:

La tensió als extrems de les dues branques amb resistències es  $\varepsilon$ . Per la resistència de valor  $R$ , hi circula una intensitat  $I_1$ , que, per la llei d'Ohm,  $I_1 R = \varepsilon$ . Per la resistència de valor  $3R$  hi circula una intensitat  $I_2$ , tal que  $I_2 3R = \varepsilon$ . D'aquí trobem  $I_1 R = 3I_2 R$ , i cancel·lant  $R$ ,  $I_2 = I_1/3 = 3/3 = 1$  A. La intensitat total que travessa el circuit, per la regla dels nussos, és  $I_T = I_1 + I_2 = 1 + 4 = 4$  A. La resistència equivalent del circuit,  $R_{eq}$ , la calculem com  $1/R_{eq} = 1/R + 1/(3R) = 4/(3R)$ , d'on trobem  $R_{eq} = 3R/4$ . La potència total dissipada al circuit ve donada per la llei de Joule,  $P = I_T^2 R_{eq}$ . D'aquí trobem  $P = 4^2(3R/4) = 12R = 18$ . Per tant,  $R = 3/2 \Omega$ . Per la llei d'Ohm sobre el circuit amb la resistència equivalent,  $\varepsilon = I_T R_{eq} = I_T \times 3R/4 = 4 \times (3/4)(3/2) = 4.5$  V.

**T2)** L'ample de banda  $f_b$  depèn de la velocitat de transmissió  $v$  amb  $f_b = 2v$ . Llavors,  $f_b = 2 \times 1 \times 10^{12} = 2 \times 10^{12}$  Hz = 2 THz. La durada del pols,  $\tau$ , és l'invers de l'ample de banda, per tant  $\tau = 1/f_b = 1/(2 \times 10^{12}) = 0.5 \times 10^{-12} = 0.5$  ps.

**T3)** A l'atravessar el primer polaritzador, la llum no polaritzada incident es torna polaritzada segons l'eix de la primera làmina, i la intensitat es redueix a la meitat. En atravesar els següents quatre polaritzadors, l'intensitat es redueix en cada un per un factor  $\cos^2(\theta)$ , donat per la llei de Malus. En atravesar els cinc polaritzadors, l'intensitat final sera, llavors,  $I_F = I_0(1/2)(\cos^2(\theta))^4 = I_0(1/2) \cos^8(\theta)$ . D'aquí trobem  $\cos(\theta) = [2I_F/I_0]^{1/8}$ . Si l'intensitat final es el 47.09% de l'incident, tenim que  $I_F = 0.4709I_0$ . Substituint a l'anterior expressió,  $\cos(\theta) = [2 \times 0.4709I_0/I_0]^{1/8} = [0.9418]^{1/8} = 0.9925327$ , d'on trobem  $\theta = \arccos(0.9925327) = 7.0^\circ$ .

**T4)** Per tal que la bombeta llueixi cal que hi circuli current a través seu. Això només és possible si la diferència de potencial als extrems del diode que es troba a la mateixa branca és igual a  $V_\gamma = 0.7$  V donat que si es polaritza ho farà en directa. La condició per tant que cal satisfer és que la diferència de potencial entre el nus superior (A) i l'inferior (B) sigui com a mínim igual a aquesta quantitat. Addicionalment observem que, degut a la configuració dels diodes, el Zener de la branca superior es troba polaritzat en directa, mentre que el de la branca inferior treballa a la regió Zener. Així doncs, anant del punt A al punt B trobem que, com a mínim, cal satisfer la condició:  $V_A + V_\gamma - \varepsilon + V_Z = V_B$ . Imposant que  $V_A - V_B = 0.7$  V, trobem que  $\varepsilon = V_A - V_B + V_\gamma + V_Z = 0.7 + 0.7 + 10 = 11.4$  V.



**T5)** Quan  $X_L = 2R$  la impedància total entre A i B és  $\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j2R} = \frac{1}{R}(1 - j/2)$ . Per tant, la fase de  $\frac{1}{Z}$  és  $\arctan(-1/2) = -26.5^\circ$  i la fase de  $\bar{Z}$  és  $\varphi_Z = 26.5^\circ$ . Com que sabem que la fase de la impedància  $\varphi_Z$  és igual a la diferència entre la fase de la tensió  $\varphi_V$  i la del corrent  $\varphi_I$ ,  $\varphi_Z = \varphi_V - \varphi_I = 26.5^\circ$ , aleshores  $\varphi_I = \varphi_V - 26.5^\circ$ .

**T6)** El transistor inferior té tant la porta com la font connectades a terra, i per tant tant es troba en tall donat que  $V_{GS} = 0 - 0 < V_T$ . Com que els dos transistors es troben connectats a terra, el corrent total que passa per tots dos és igual,  $I = 0$ . D'altra banda, el transistor superior te la mateixa tensió de porta i de drenador,  $V_D = V_G$ , i per tant  $V_{DS} = V_D - V_S = V_G - V_S > V_G - V_S - V_T$ , de forma que treballa en saturació. Així doncs, pel transistor superior s'ha de verificar que  $0 = \beta(V_{GS} - V_T)^2/2$ , la qual cosa implica que  $V_{GS} - V_T = 0$ . Amb  $V_S = V_{OUT}$ , trobem que  $V_{OUT} = V_G - V_T = 5 - 0.8 = 4.2 \text{ V}$ .

**T7)** L'energia E d'un fotó infraroig és més petita que la d'un fotó de llum visible, mentre que la velocitat dels dos és la mateixa i igual a  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Per tant, tenint en compte que  $E = hf$ , on h és la constant de Plank i f la freqüència, la freqüència infraroja és més petita que la de la llum visible, la longitud d'ona infraroja  $\lambda = cT = c/f$  és més gran, i el nombre d'ones  $k = 2\pi/\lambda$  és més petit.

**T8)** Per als valors de  $d_1$  i  $d_2$  inicials tenim interferència constructiva, és a dir que la diferència de camins  $|d_1 - d_2|$  és múltiple de  $\lambda$ . Si mantenim  $d_1$  i modifiquem  $d_2$  trobarem interferència destructiva si  $\Delta d_2$  introdueix una diferència en els camins que sigui  $\lambda/2$  més un múltiple de  $\lambda$ , és a dir  $\Delta d_2 = (n + \frac{1}{2})\lambda$ .

La longitud d'ona és  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{40 \times 10^3} = 0.85 \text{ cm}$ . Per  $n = 1$  obtenim  $\Delta d_2 = 0.85 + 0.85/2 = 1.275 \text{ cm}$ .

## Resolució del Problema 1

- a) Aplicant les regles de Kirchhoff al circuit format per les branques de  $R_1$ ,  $R_2$  i  $R_3$ , tenim

$$\text{nusos: } I_3 = I_1 + I_2$$

$$\text{malla Esq: } \epsilon_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0 \rightarrow \epsilon_1 = R_1 I_1 + R_3 (I_1 + I_2) = 0 \rightarrow 27 = 6I_1 + 3I_2 \quad (\text{E})$$

$$\text{malla Dreta: } \epsilon_2 - R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0 \rightarrow \epsilon_2 = R_2 I_2 + R_3 (I_1 + I_2) = 0 \rightarrow 18 = 3I_1 + 6I_2 \quad (\text{D})$$

$$\text{Multiplicant (D) per 2 i restant-ho a (E): } -9 = -9I_2 \rightarrow I_2 = 9/9 = 1 \text{ mA}$$

$$\text{I substituint } I_2 \text{ en (D): } 18 = 3I_1 + 6(1 \text{ mA}) \rightarrow I_1 = 4 \text{ mA} \rightarrow I_3 = I_1 + I_2 = 5 \text{ mA}$$

- b) Per simplificar el càlcul, busquem primer el circuit equivalent Thévenin entre els punts A i B.  $\epsilon_{Th}$  és la ddp entre A i B en circuit obert, és a dir, abans de tancar els interruptors, que en aquest cas coincideix amb la ddp a qualsevol de les tres cranques, per exemple la d' $R_3$ :

$$\epsilon_{Th} = (V_A - V_B)_{CO} = R_3 I_3 = 15 \text{ V}$$

Curtcircuitant les fem (ideals), entre A i B queden  $R_1$ ,  $R_2$  i  $R_3$  en paral·lel, equivalents a

$$R_{Th} = [(1/3) + (1/3) + (1/3)]^{-1} = 1 \text{ k}\Omega$$

Tancar l'interruptor  $S_1$  és equivalent a connectar el condensador al circuit Thévenin.

Per tant, la constant de temps és

$$\tau = R_{Th} C = (10^3 \Omega)(5 \cdot 10^{-6} \text{ F}) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 5 \text{ ms}$$

$$\text{i la càrrega final és } Q = C \epsilon_{Th} = (5 \cdot 10^{-6} \text{ F})(15 \text{ V}) = 75 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 75 \mu\text{C}$$

- c) Tenir l'interruptor  $S_2$  tancat en règim estacionari, és equivalent a tenir connectat  $R$  al circuit Thévenin, independentment de que hi hagi o no el condensador, doncs per ell no hi passa corrent un cop carregat completament. Llavors tenim un circuit sèrie pel qual circula un únic corrent  $I = \epsilon_{Th} / (R_{Th} + R) = 3 \text{ mA}$  (que passa per  $R$ ), de manera que la ddp a borns d' $R$  i de  $C$  és  $V_R = V_C = RI = 12 \text{ V}$  i, per tant, la càrrega final del condensador és  $Q = V_C C = 60 \mu\text{C}$ .

## Resolució del Problema 2

- a) Sabem que la intensitat del generador (i de la bobina) està en fase amb el potencial  $V(t)$ , per tant podem escriure  $I_L(t) = I_0 \cos(1000t)$ , i la potència mitjana proporcionada pel generador és  $\bar{P} = \frac{1}{2}V_0I_0 = \frac{50}{2}I_0 = 20 \text{ (W)}$ , d'on deduem que  $I_0 = 0.8 \text{ (A)}$  i per tant  $I_L(t) = I_g(t) = 0.8 \cos(1000t) \text{ A}$ . El fasor de la diferència de potencial sobre la bobina L, és  $\bar{V}_L = \bar{I}_L \cdot \bar{Z}_L = 0.80_{|0} \cdot 270_{|90^\circ} = 216_{|90^\circ} \text{ V}$ , i l'expressió del potencial instantani és  $V_L(t) = 216 \text{ V} \cos(1000t + 90^\circ)$ .
- b) El conjunt  $(\bar{Z}, C)$  té una impedància equivalent  $\bar{Z}_{eq} = R' - j270$ , ja que la impedància de tot el circuit és real, donat que està en ressonància, i la impedància total és simplement  $\bar{Z}_{circuit} = R'$ . La potència mitjana pot escriure's com  $\bar{P} = I_{ef}^2 PR(Z) = \frac{I_0^2}{2}R' = \frac{0.8^2}{2}R' = 20 \text{ (W)}$ , d'on obtenim que  $R' = 62.5 \Omega$ . Així doncs, el conjunt  $(\bar{Z}, C)$  té una impedància equivalent  $\bar{Z}_{eq} = R' - j270 = (62.5 - j270) \Omega$ . D'altra banda, sabem que

$$\frac{1}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{1}{R + jX} + \frac{1}{(-j450)}$$

per tant

$$\frac{1}{R + jX} = \frac{1}{\bar{Z}_{eq}} + \frac{1}{(j450)} = \frac{1}{62.5 - j270} + \frac{1}{(j450)} = (8.137 + 12.931j)10^{-4}$$

i d'aquí trobem  $R + jX = 348.5 - 554.0j$ .

Per tant la impedància  $\bar{Z}$  consisteix en una resistència  $R = 348.5 \Omega$  en sèrie amb un condensador de capacitat  $C = 1/(|X_C|w) = 1/(554.0 \cdot 1000) = 1.8 \times 10^{-6} \text{ F}$ .

- c) El fasor del potencial comú del condensador i de la impedància  $\bar{Z}$  és  $\bar{V}_{\bar{Z}} = \bar{V}_C = \bar{V}_g - \bar{V}_L = 50 - 216j = 221.7_{|-77^\circ} \text{ V}$ . Per tant,

$$\bar{I}_Z = \frac{(221.7 \text{ V}, -77^\circ)}{348.5 - 554.0j} = 0.320 - j0.111 = 0.339_{|-19.1^\circ} \text{ A}$$

$$\bar{I}_C = \frac{(221.7 \text{ V}, -77^\circ)}{-450j} = 0.480 + j0.111 = 0.493_{|13^\circ} \text{ A}$$

Podem comprovar que efectivament el fasor de la intensitat del generador és real:

$\bar{I}_Z + \bar{I}_C = 0.80_{|0^\circ} \text{ A}$ . Finalment tenim que

$$I_{\bar{Z}}(t) = 0.339 \text{ A} \cos(1000t - 19.1^\circ), \quad I_C(t) = 0.493 \text{ A} \cos(1000t + 13^\circ),$$

i com hem vist en el primer apartat  $I_L(t) = I_g(t) = 0.8 \text{ A} \cos(1000t)$

### Resolució del Problema 3

- a) Podem determinar  $V_T$  directament de les dades donat que  $V_{GS} - V_T = 2\text{ V}$  i que les tensions de porta i font són  $V_G = 5\text{ V}$  i  $V_S = 0\text{ V}$ . Així doncs substituint trobem  $(5 - 0) - V_T = 2$  d'on resulta  $V_T = 3\text{ V}$ .

Tanmateix, a la sortida tenim una tensió de  $4.4\text{ V}$ , que correspon a  $V_{DS}$  donat el circuit. D'altra banda, ens diuen que  $V_{GS} - V_T = 2\text{ V}$ , la qual cosa implica que  $V_{DS} > V_{GS} - V_T > 0$  i per tant el transistor treballa en saturació.

Finalment, observem que a la resistència hi ha una diferència de potencial  $\Delta V = 5 - 4.4 = 0.6$ , de forma que aplicant la llei d'Ohm obtenim un valor de corrent  $I = \Delta V/R = 0.6/3000 = 0.2\text{ mA}$ .

Donat que el transistor treballa en saturació  $I = \frac{1}{2}\beta(V_{GS} - V_T)^2$ . Substituint els valors coneguts resulta  $2 \cdot 10^{-1} = 0.5\beta 2^2$ , d'on obtenim  $\beta = 0.1\text{ mA/V}^2$ .

- b) Si assumim que el transistor continua treballant en saturació, el corrent no canvia donat que les tensions de porta i font continuen sent les mateixes. Així doncs,  $I = 0.2\text{ mA}$  i la diferència de potencial a la resistència passa a ser  $\Delta V = RI = (20 \cdot 10^3) \cdot (0.2 \cdot 10^{-3}) = 4\text{ V}$ , de forma que  $V_{DS} = 5 - RI = 1\text{ V}$ . Podem comprovar llavors que  $V_{GS} - V_T = 2 > 1 = V_{DS}$  i per tant el transistor no es troba en saturació. Obviament el transistor tampoc es troba en tall donat que  $V_{GS} - V_T > 0$ . Així doncs, el transistor treballa en règim Òhmic.

En aquest cas el corrent ve donat per l'expressió  $I = \beta [(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2/2]$  mentre que  $V_{DS} = 5 - RI$ . Això ens porta a l'equació

$$V_{DS} = 5 - (20 \cdot 10^3)(0.1 \cdot 10^{-3}) \left[ 2V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

que té per solucions  $V_{DS} = 1.382\text{ V}$  i  $V_{DS} = 3.618\text{ V}$ . La segona opció no és vàlida donat que  $V_{DS}$  ha de ser menor que  $V_{GS} - V_T = 2$ , de forma que la solució es  $V_{OUT} = V_{DS} = 1.382\text{ V}$ . Amb aquest resultat obtenim el corrent  $I = 0.181\text{ mA}$ .

- c) Al règim Ohmic es satisfà que  $V_{GS} - V_T \geq V_{DS} \geq 0$ , mentre que a saturació  $V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \geq 0$ . El punt de transició entre tots dos règims es dona doncs quan  $V_{DS} = V_{GS} - V_T \geq 0$ . D'altra banda, donada l'estructura del circuit,  $V_{GS} - V_T = 2\text{ V}$  sempre, mentre que  $V_{DS} = 5 - RI$ . Com que aquestes dues quantitats han de ser iguals, veiem que  $RI = 3\text{ V}$ .

Per tal de trobar  $R$  necessitem el corrent. Al punt de confluència dels dos règims podem fer servir l'expressió del corrent en saturació, donat que en aquest punt el valor que dona és el mateix que el que obtenim si utilitzem l'expressió del corrent en Ohmica. Així doncs  $I = \frac{1}{2}\beta(V_{GS} - V_T)^2 = 0.2\text{ mA}$  com hem vist abans. Per tant,  $R = 3/0.2 \cdot 10^{-3} = 15\text{ k}\Omega$ .