

Cognoms i Nom:

Codi

Examen final - Primera part: CC i CA  
20 de gener del 2021

Model A

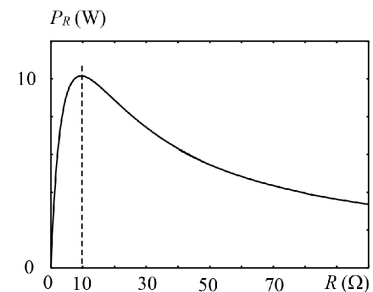
**Qüestions: 50% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerceleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

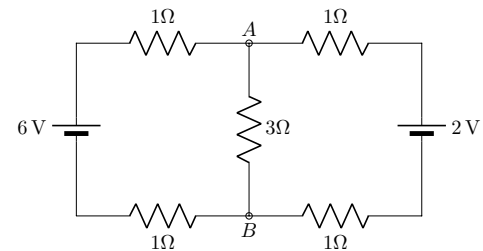
**T1)** A la figura adjunta es representa la potència per cada valor d'una resistència variable, que es connecta entre dos terminals A i B, d'un determinat circuit de corrent continu. Els valors de la resistència i la fem de l'equivalent Thévenin entre A i B són:

- a)  $R_{Th} = 10 \Omega$ ,  $\varepsilon_{Th} = 5 V$     b)  $R_{Th} = 10 \Omega$ ,  $\varepsilon_{Th} = 20 V$   
c)  $R_{Th} = 10 \Omega$ ,  $\varepsilon_{Th} = 10 V$     d)  $R_{Th} = 20 \Omega$ ,  $\varepsilon_{Th} = 10 V$



**T2)** En el circuit de la figura, quina es la intensitat que circula per la resistència de  $3\Omega$  entre els punts A i B?

- a) 2A    b) 1.5A  
c) 1A    d) 0.5A



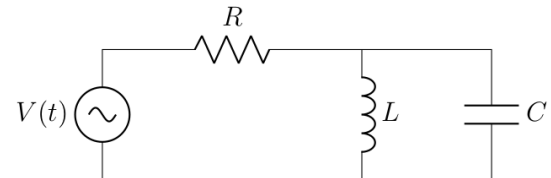
**T3)** Quin tipus i de quin valor és l'element que connectat en paral·lel a un conjunt format per una resistència de  $100\Omega$  en sèrie amb una bobina amb el coeficient de inducció  $100mH$  i un condensador de capacitat  $5\mu F$ , fa que el sistema tingui el factor de potència corregit per una freqüència angular de  $1000 \text{ rad/s}$ .

- a)  $C = 10\mu F$                       b)  $C = 5\mu F$ .                      c)  $L = 100mH$ .                      d)  $L = 200mH$ .

**T4)** En un aparell elèctric que té una impedància complexa  $\bar{Z}$ , podem corregir el seu factor de potència amb una reactància pura en sèrie de valor  $X' = -34 \Omega$ , o amb una reactància pura en paral·lel de valor  $X'' = -58 \Omega$ . Quin es el mòdul  $Z$  de l'impedància de l'aparell?

- a)  $44.41 \Omega$                                       b)  $53.23 \Omega$                                       c)  $4.89 \Omega$                                       d)  $0.77 \Omega$

**T5)** Un circuit està compost per una resistència  $R = 300\Omega$  connectada en sèrie amb un condensador de reactància  $X_C = 200\Omega$  i una bobina de reactància de  $X_L = 100\Omega$ , connectats entre si en paral·lel. Tot el conjunt s'alimenta amb una font de tensió alterna  $V(t) = 220V\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ . Trobeu l'equació de la intensitat instantània en la resistència  $R$ .



- a)  $I_R(t) = 0.86A \cos(100\pi t + 0.588)$   
b)  $I_R(t) = 0.86A \cos(100\pi t - 0.588)$   
c)  $I_R(t) = 1.037A \cos(100\pi t + 0.588)$   
d)  $I_R(t) = 1.037A \cos(100\pi t - 0.588)$

Cognoms i Nom:

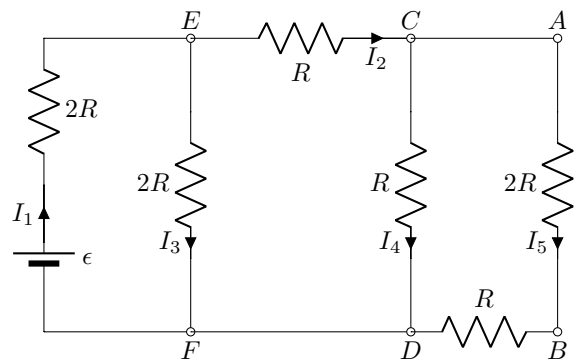
Codi

Examen final - Primera part: CC i CA  
20 de gener del 2021

Problema: 50% de l'examen

Considerem el circuit de la figura. Si connectem en paral·lel entre els punts  $A$  i  $B$  un condensador de capacitat  $C = 27.36\text{nF}$ , observem que, en l'estat estacionari, es carrega amb una càrrega  $Q = 0.171\mu\text{C}$ . Si en canvi connectem en paral·lel una resistència de valor  $R_0 = 12\Omega$ , per aquesta hi circula una intensitat de  $I_0 = 0.228\text{A}$ .

- Calculeu els valors de la fem Thévenin  $\epsilon_{Th}$  i la resistència  $R_{Th}$  de l'equivalent Thévenin del circuit de la figura entre els punts  $A$  i  $B$ . (2 p.)
- Calculeu el valor de  $R$ . (3 p.)
- Calculeu les intensitats  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  i  $I_5$  que atravessen les resistències del circuit. (3 p.)
- Calculeu el valor de la fem  $\epsilon$ . (2 p.)



**RESOLEU EN AQUEST MATEIX FULL**

## Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	b	
T2)	c	
T3)	d	
T4)	a	
T5)	b	

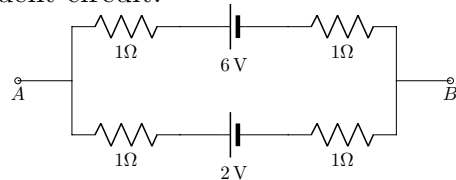
### Resolució del Model A

**T1)** Sabem que la potència dissipada a la resistència externa és màxima quan aquesta coincideix amb la de Thévenin.

Observant el dibuix es conclou que  $R = R_{Th} = 10 \Omega$ . La intensitat que circula per la resistència és  $I = \frac{\varepsilon_{Th}}{R + R_{Th}} = \frac{\varepsilon_{Th}}{2R_{Th}}$ . La potència dissipada a la resistència és  $P = RI^2 = \frac{\varepsilon_{Th}^2}{4R_{Th}}$ . Per tant,  $\varepsilon_{Th} = \sqrt{4PR_{Th}} = 20 \text{ V}$ .

**T2)** Podem resoldre amb les lleis de Kirchof, o més fàcilment, calculant l'equivalent Thévenin entre els punts A i B, donat per el següent circuit:

La intensitat que hi circula ve donada per  $I = (6 - 2)/(1 + 1 + 1 + 1) = 1 \text{ A}$ . La fem Thévenin es la diferència de potencial  $\varepsilon_{Th} = V_A - V_B = -I + 6 - I = 4 \text{ V}$ . La resistència



Thévenin es la resistència equivalent curtcircuitant les bateries, i ve donada per  $1/R_{Th} = 1/(1 + 1) + 1/(1 + 1) = 1$ ; d'aquí  $R_{Th} = 1\Omega$ . En el circuit original, la resistència de  $3\Omega$  es comporta com en un circuit en sèrie amb una fem  $\varepsilon_{Th} = 4 \text{ V}$  i una resistència  $R_{Th} = 1\Omega$ . Llavors, l'intensitat que circula per ella es  $I = 4/(3+1) = 1 \text{ A}$ .

**T3)** Per  $\omega = 1000 \text{ rad/s}$  trobem  $X_L = L\omega = 100 \Omega$  i  $X_C = 1/(C\omega) = 200 \Omega$ , resultant  $\bar{Z} = (100 - j100) \Omega$ , un circuit capacitatiu. Per aixó cal corregir el factor de potència amb una bobina, de reactància  $X'_L = -(R^2 + X^2)/X = -(100^2 + 100^2)/(-100) = 200 \Omega$  i coeficient de inducció  $L = X'_L/\omega = 200 \Omega/1000 \text{ rad/s} = 200 \text{ mH}$ .

**T4)** Sabem que la impedància és  $\bar{Z} = R + jX$  amb  $X = 34 \Omega$ , ja que corregim el factor de potència amb una reactància en sèrie de valor  $X' = -X = -34 \Omega$ . Igualment la dada sobre  $X''$  ens diu que  $X'' = -58 \Omega = -(R^2 + X^2)/X = -Z^2/X$ . Per tant veiem que  $Z^2 = -XX'' = X'X'' = 34 \times 58 = 1972$ , i  $Z = \sqrt{1972} = 44.41 (\Omega)$ .

**T5)** La impedància del circuit és  $\bar{Z} = R + \frac{(jX_L)(-jX_C)}{jX_L - X_C} = (300 + j200)\Omega = 360.6\Omega|_{33.7^\circ} = 360.6\Omega|_{0.588}$ . El fasor de la intensitat és  $\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{220\sqrt{2}|_0}{360.6\Omega|_{0.588}} = 0.86 \text{ A}|_{-0.588}$  i la intensitat instantània  $I(t) = 0.86 \text{ A} \cos(100\pi t - 0.588)$

## Resolució del Problema

- a) Considerem el circuit equivalent Thévenin entre els punts  $A$  i  $B$ , donat per una fem  $\epsilon_{Th}$  i una resistència  $R_{Th}$ . Connectar el condensador en paral·lel entre  $A$  i  $B$  es equivalent a connectar-lo en sèrie a l'equivalent Thévenin. Al condensador, en l'estat estacionari, no hi circula corrent, i es carrega amb una càrrega  $Q = C\epsilon_{Th}$ . Llavors tenim  $\epsilon_{Th} = Q/C = 0.171 \cdot 10^{-6} / 27.36 \cdot 10^{-9} = 6.25\text{V}$ .

Si connectem la resistència  $R_0$  en paral·lel entre  $A$  o  $B$ , o el que es el mateix, en sèrie en el circuit equivalent Thévenin, per ella circularà una intensitat  $I_0 = \epsilon_{Th} / (R_0 + R_{Th})$ . D'aquí trobem  $R_{Th} = \epsilon_{Th} / I_0 - R_0 = 6.25 / 0.228 - 12 = 15.41 \Omega$ .

- b) La resistència Thévenin  $R_{Th}$  es igual a la resistència equivalent del circuit entre els punts  $A$  i  $B$ . Les dues resistències de l'esquerra del circuit es poden associar en paral·lel, per un equivalent  $R' = 1 / (1/2R + 1/2R) = R$ . Aquesta s'associa en sèrie amb la resistència entre els punts  $E$  i  $C$ , per un equivalent  $R'' = R' + R = R + R = 2R$ . Aquesta, a la vegada, s'associa en paral·lel amb la resistència entre els punts  $C$  i  $D$ , amb un equivalent  $R''' = 1 / (1/R'' + 1/R) = 1 / (1/2R + 1/R) = 2R/3$ . Aquesta ve associada en sèrie amb la resistència entre els punts  $D$  i  $B$ , amb un valor  $R^{iv} = R''' + R = 2R/3 + R = 5R/3$ . Finalment, associem aquesta resistència en paral·lel amb la que es troba entre els punts  $A$  i  $B$ , per donar un equivalent final  $R_{eq} = 1 / (R^{iv} + 1/2R) = 1 / (3/5R + 1/2R) = 10R/11$ . Aquesta resistència equivalent es igual a la resistència  $R_{Th}$ ,  $R_{eq} = 10R/11 = R_{Th}$ .

Per tant:  $R = 11R_{Th}/10 = 16.95 \Omega$ .

- c) El valor de la fem Thévenin  $\epsilon_{Th}$  es igual a la diferència de potencial entre els punts  $A$  i  $B$ , es a dir  $V_{AB} = \epsilon_{Th} = 6.25\text{V}$ . Coneixent  $V_{AB}$  podem calcular immediatament  $I_5 = V_{AB}/2R = 0.184\text{A}$ .

Igualment veiem que  $V_{CD} = I_5 2R + I_5 R = 3I_5 R = 9.38\text{V}$ , i d'aquesta,

$$I_4 = V_{CD}/R = 0.553\text{A}, \text{ i } I_2 = I_4 + I_5 = 0.737\text{A}.$$

La diferència de potencial  $V_{EF}$  ve donada per  $V_{EF} = I_2 R + I_4 R = R(I_2 + I_4) = 21.89\text{V}$ . D'aquí trobem  $I_3 = V_{EF}/(2R) = 0.646\text{A}$  i  $I_1 = I_2 + I_3 = 1.383\text{A}$ .

- d) Calculant la diferència de potencial  $V_{EF}$  per la branca que atravesa la bateria veiem que  $V_{EF} = \epsilon - I_1(2R)$ , per tant:  $\epsilon = V_{EF} + I_1 2R = 68.75\text{V}$ .

**Examen final - Segona part: ELECTRÒNICA I ONES**  
**20 de gener del 2021**

Model A

**Qüestions: 50% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encercleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

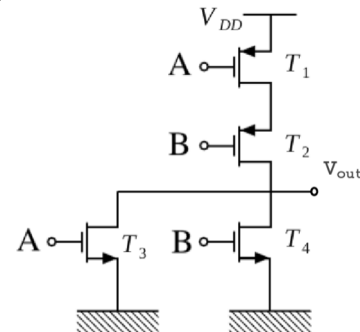
$$(\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C V}^{-1} \text{ m}^{-1}, \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A}, c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, h = 6.625 \cdot 10^{-34} \text{ Js})$$

**T1)** Volem utilitzar un transistor nMOS per implementar una resistència de 1000  $\Omega$ . Les seves dades característiques són  $\beta = 0.5 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_T = 1 \text{ V}$ . Quin dels següents parells de tensions correspon a un punt de treball tal que, aquest transistor efectivament es comporta com una resistència del valor desitjat?

- a)  $V_{GS} = 3 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 0.5 \text{ V}$ .                      b)  $V_{GS} = 2 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 2 \text{ V}$ .  
 c)  $V_{GS} = 2 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 0.2 \text{ V}$ .                      d)  $V_{GS} = 3 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 4 \text{ V}$ .

**T2)** A la porta CMOS de la figura, si  $T_1$  està en tall i  $T_2$  en conducció, i  $V_{DD} = 5 \text{ V}$ , sabem que:

- a)  $V_{out} = 5 \text{ V}$ ,  $V_A = 0$ ,  $V_B = 5 \text{ V}$   
 b)  $V_{out} = 5 \text{ V}$ ,  $V_A = 5 \text{ V}$ ,  $V_B = 0$   
 c)  $V_{out} = 0$ ,  $V_A = 0$ ,  $V_B = 5 \text{ V}$   
 d)  $V_{out} = 0$ ,  $V_A = 5 \text{ V}$ ,  $V_B = 0$



**T3)** Una ona electromagnètica harmònica incideix normalment sobre una superfície de  $1 \text{ cm}^2$ , i s'absorbeix completament. Si l'energia absorvida en un interval de 1000 s val 1.3 J, l'amplitud el del camp magnètic val aproximadament

- a)  $0.33 \mu\text{T}$     b)  $1.0 \cdot 10^{-8} \text{ T}$   
 c)  $0.33 \cdot 10^{-10} \text{ T}$                                       d)  $1.0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

**T4)** Una ona electromagnètica harmònica, plana i linealment polaritzada, de longitud d'ona 2 cm es propaga pel buit en el sentit positiu de l'eix de les  $y$ . El camp elèctric té direcció paral·lela a l'eix  $z$  i el seu valor màxim és  $2 \text{ V/m}$ . L'ona incideix sobre un polaritzador posat perpendicularment a l'eix  $y$  amb l'eix de polarització formant un angle de  $45^\circ$  amb l'eix  $z$ . El nombre de fotons que surt d'una superfície de  $5 \text{ cm}^2$  del polaritzador, en un temps de 10 s, és aproximadament:

- a)  $1.3 \cdot 10^{18}$                       b)  $1.3 \cdot 10^{20}$                       c)  $5.1 \cdot 10^{18}$                       d)  $5.1 \cdot 10^{20}$

**T5)** Una estació de comunicacions emet ones electromagnètiques esfèriques amb una potència  $P=10 \text{ kW}$ . Si disposem d'una antena amb prou sensibilitat per notar camps de com a mínim  $E_0=0.020 \text{ V/m}$ , a quina distància màxima de l'estació serem capaços de detectar aquests senyals? ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$ )

- a) 38.7 Km                      b) 54.8 Km                      c) 27.4 Km                      d) 77.4 Km

Cognoms i Nom:

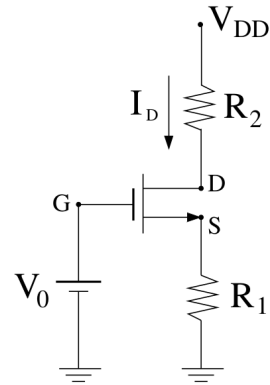
Codi

**Examen final - Segona part: ELECTRÒNICA I ONES**  
**20 de gener del 2021**

**Problema: 50% de l'examen**

En el circuit de la figura s'hi ha connectat un transistor NMOS de característiques  $\beta = 4 \text{ mA/V}^2$  i  $V_T = 1 \text{ V}$ . Sabent que  $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$  i  $V_{DD} = 12 \text{ V}$ :

- Per  $V_0 = 2 \text{ V}$  i  $R_1 = 0$ , trobeu els valors de  $V_S$ ,  $V_D$ ,  $I_D$  i el règim de treball del transistor (5p).
- Per  $V_0 = 2 \text{ V}$  i  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ , trobeu els nous valors de  $V_S$ ,  $V_D$ ,  $I_D$  i el règim de treball del transistor en aquest cas (5p).



**RESOLEU EN AQUEST MATEIX FULL**

## Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	a	
T2)	d	
T3)	a	
T4)	a	
T5)	a	

### Resolució del Model A

**T1)** Caldrà que treballi a la zona lineal de la regió òhmica, és a dir  $0 < V_{DS} \ll V_{GT}$ . En aquesta zona es verifica la relació  $I_D = V_{DS}/r_{DS}$ , on  $r_{DS} = 1/\beta V_{GT}$ . D'aquesta darrera relació obtenim  $V_{GT} = 1/\beta r_{DS} = 1/(0.5 \cdot 10^{-3} \cdot 1000) = 2$  V, i per tant  $V_{GS} = 2 + V_T = 3$  V. Donat que tenim dues respostes amb aquest valor, ens cal escollir aquella per la qual  $V_{DS} \ll V_{GT}$ , és a dir  $V_{DS} = 0.5$  V, de forma que efectivament es trobi a la règim on valen les expressions utilitzades.

**T2)** A la porta CMOS de la figura,  $T_3$  està en tall quan  $V_A = 0$  i  $T_4$  està en conducció quan  $V_B = 5$  V. Per aquests valors de les entrades  $T_1$  està en conducció i  $T_2$  està en tall; la xarxa pull-down permet el pas de corrent, mentre que la xarxa pull-up el talla. En aquestes condicions,  $V_{out} = 0$ .

**T3)** L'energia absorbida serà  $U = I \cdot S \cdot \Delta t$ , per tant  $I = U/(S \cdot \Delta t) = 13$  W/m<sup>2</sup>.

D'altra banda, la intensitat de l'ona és  $I = cB_0^2/(2\mu_0)$ , d'on resulta que  $B_0 = 0.33\mu$ T.

**T4)** El valor mig de la densitat d'energia incident serà:  $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 = 17.7 \cdot 10^{-12}$  J/m<sup>3</sup>; això comporta una intensitat mitjana incident:  $I_{in} = c \cdot u = 5.31 \cdot 10^{-3}$  W/m<sup>2</sup>

La intensitat de sortida valdrà doncs:  $I_{out} = I_{in} \cos^2 45^\circ = 2.66 \cdot 10^{-3}$  W/m<sup>2</sup>.

En general tenim que la potència total a través d'una superfície S val  $P = I \cdot S$ , i l'energia corresponent en un temps t val  $E = P \cdot t = I \cdot S \cdot t$ . Al mateix temps tenim que com l'energia d'un fotó és  $E_1 = h \cdot f$ , aquesta energia es pot expressar també com  $E = N \cdot h \cdot f$ . Igualant les dues expressions de l'energia tindrem  $E = I \cdot S \cdot t = N \cdot h \cdot f$ . El nombre de fotons serà doncs  $N = (I \cdot S \cdot t)/(h \cdot f) = 1.3 \cdot 10^{18}$  fotons.

**T5)** Per una banda  $P = I 4\pi r^2$ , i també  $I = \frac{E_0^2}{2c\mu_0}$ , de forma que  $E_0 = \sqrt{\frac{P c \mu_0}{2\pi r^2}} \geq 0.020 \Rightarrow r \leq 38.7$  Km.

## Resolució del Problema

a) Suposarem primer que el transistor treballa en saturació. En aquest cas s'obté

$$I_{DS} = \frac{1}{2}\beta(V_{GS} - V_T)^2 = \frac{1}{2}4 \cdot 10^{-3} (2 - 1)^2 = 2 \text{ mA}$$

i per tant

$$V_{DS} = V_D = 12 - R_1 I_{DS} = 12 - 2000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ V} .$$

La condició de saturació  $V_{GS} - V_T < V_{DS}$  se satisfà, ja que  $1 < 8$

b) A partir de la llei d'Ohm aplicada a  $R_1 = 1000 \Omega$ , tenim que  $V_S = R_1 I_D$ . Sabem que  $V_G = V_0 = 2 \text{ V}$ , per la qual cosa:  $V_{GS} = V_G - V_S = 2 - 1000 I_D$  i per tant  $V_{GS} - V_T = 1 - 1000 I_D$

És clar que el transistor no es troba en règim de tall ja que en absència de corrent  $I_D$  seria  $V_S = 0 \text{ V}$ , i per això  $V_{GS} = 2 - 0 > V_T$ . Així doncs el transistor treballa en règim òhmic o de saturació. Suposarem que el transistor treballa en règim de saturació. En tal cas, es satisfà que:

$$I_D = \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_T)^2 = \frac{\beta}{2} (1 - 1000 I_D)^2 .$$

Coneguts  $\beta$  i  $V_T$ , això és una equació de segon grau per  $I_D$

$$2000 I_D^2 - 5 I_D + 0.002 = 0 ,$$

que té dues solucions

$$I_D = \frac{5 \pm 3}{4000} \rightarrow I_D^+ = 2 \text{ mA} , I_D^- = 0.5 \text{ mA} .$$

De la primera s'obté  $V_{GS} = 0$ , la qual cosa no és possible en saturació, donat que llavors  $V_T > V_{GS}$ . De la segona s'obté  $V_{GS} = 1.5$  o, el que és equivalent,  $V_{GT} = V_{GS} - V_T = 0.5 \text{ V}$ .

**Comprovació:** fent servir l'equació que resulta d'aplicar la llei d'Ohm entre  $V_{DD}$  i el drenador del transistor

$$12 - V_D = 2000 I_D$$

tenim que  $V_D = 11 \text{ V}$  i, com que  $V_S = R_1 I_D = 0.5 \text{ V}$ , resulta  $V_{DS} = 10.5 \text{ V} > V_{GT}$ , verificant-se que el transistor NMOS efectivament treballa en règim de saturació.