

Cognoms i Nom:

Codi

Examen FINAL de Física
20 de Gener del 2020

Model A

Qüestions: 40% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

T1) En un experiment de doble escletxa de Young, la separació entre escletxes és $d = 1.2$ mm i la separació entre el màxim d'interferència principal i el primer secundari és $x = 1.5$ mm. Sabent que la llum que fem servir a l'experiment prové d'un làser de $\lambda = 450$ nm, quina és la separació entre les escletxes i la pantalla?

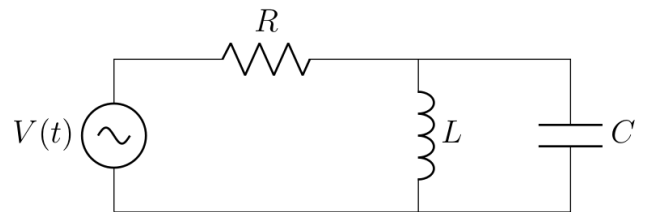
- a) 7.7 cm b) 450 nm c) $0.56 \mu\text{m}$ d) 4 m

T2) Per a corregir el factor de potència d'una instal·lació que treballa a una freqüència $f = 1000$ Hz formada per una resistència R i una bobina de valor $L = 20.0$ mH en sèrie, cal connectar en paral·lel un condensador de capacitat $C = 1.0 \mu\text{F}$. Els valors de la resistència R i la impedància resultant de la instal·lació més aproximats són:

- a) $R = 65 \Omega$, $Z = 310 \Omega$ b) $R = 2.1 \text{ k}\Omega$, $Z = 390 \Omega$
c) $R = 20 \text{ k}\Omega$, $Z = 253 \Omega$ d) $R = 200 \Omega$, $Z = 1130 \Omega$

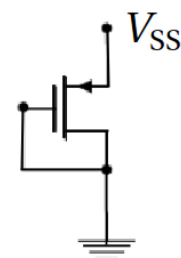
T3) Un circuit està compost per una resistència $R = 300 \Omega$ connectada en sèrie amb un condensador de reactància $X_C = 200 \Omega$ i una bobina de reactància de $X_L = 100 \Omega$, connectats entre si en paral·lel. Tot el conjunt s'alimenta amb una font de tensió alterna $V(t) = 220\text{V}\sqrt{2}\cos(100\pi t)$. La intensitat instantània en la resistència R és

- a) $I_R(t) = 1.037\text{A}\cos(100\pi t + 0.588)$
b) $I_R(t) = 0.86\text{A}\cos(100\pi t - 0.588)$
c) $I_R(t) = 0.86\text{A}\cos(100\pi t + 0.588)$
d) $I_R(t) = 1.037\text{A}\cos(100\pi t - 0.588)$



T4) El transistor PMOS de la figura té per paràmetres $V_T = -1.5$ V i $\beta = 500 \mu\text{A}/\text{V}^2$. Si $V_{SS} = 5$ V, el corrent de drenador I_D valdrà

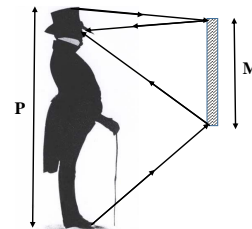
- a) 3.1 mA b) $450 \mu\text{A}$
c) 0 d) 2.5 mA



T5) Connectem un condensador pla de capacitat C_0 a un generador de tensió de forma que assoleix una càrrega Q_0 . A continuació treiem la bateria i col·loquem un dielèctric de constant dielèctrica ϵ_r dins del condensador, omplint completament l'espai entre plaques. Com han variat el mòdul del camp elèctric entre plaques (E) i l'energia electrostàtica del condensador (U)?

- a) E ha augmentat i U ha disminuït. b) Cap de les dues quantitats ha variat.
 c) E ha disminuït i U ha augmentat. d) Totes dues quantitats han disminuït.

T6) El senyor Pickwick es mira en un mirall de mida vertical M . El mirall està penjat de forma que el senyor Pickwick tot just arriba a veure els seus peus i l'extrem superior del barret, que està a una alçada P (si fos una mica més alt ja no es veuria els peus i/o el barret sencers). Quina és la relació entre M i P ? (com s'indica a la figura, per tal de veure un punt qualsevol del seu cos, cal que surti un raig de llum d'aquest punt, reboti al mirall, i acabi en el seu ull).



- a) $M = P/\sqrt{3}$
 b) $M = P/2$
 c) $M = P/\sqrt{2}$
 d) Ens cal la distància del senyor Pickwick a la paret.

T7) Dues bateries idèntiques estan connectades en paral·lel. Si les utilitzem per a alimentar una resistència R variable i mesurem la intensitat i la diferència de potencial d'aquesta, trobem que si $R = 0 \Rightarrow I = 10$ A i en canvi si $R = \infty \Rightarrow V(R) = 7.5$ V. Quina intensitat trobarem si $R = 5 \Omega$?

- a) $I = 1.0$ A b) $I = 1.30$ A
 c) $I = 2.30$ A d) $I = 1.15$ A

T8) Considereu una ona electromagnètica harmònica, plana i linealment polaritzada que es propaga en el buit. Quin parell de vectors amplitud (\vec{E}_0, \vec{B}_0) és físicament possible si la propagació és en el sentit negatiu de l'eix y ?

- a) $\vec{E}_0 = (3 \text{ V/m}) \mathbf{k}$; $\vec{B}_0 = (10^{-8} \text{ T}) \mathbf{i}$
 b) $\vec{E}_0 = -(3 \text{ V/m}) \mathbf{i}$; $\vec{B}_0 = (10^{-8} \text{ T}) \mathbf{k}$
 c) $\vec{E}_0 = (3 \text{ V/m}) \mathbf{i}$; $\vec{B}_0 = -(10^{-8} \text{ T}) \mathbf{k}$
 d) $\vec{E}_0 = (3 \text{ V/m}) \mathbf{k}$; $\vec{B}_0 = -(10^{-8} \text{ T}) \mathbf{i}$

Cognoms i Nom:

Codi

Examen FINAL de Física
20 de Gener del 2020

Model B

Qüestions: 40% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerceleu-la de manera clara.

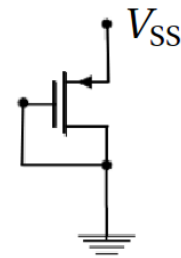
Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

T1) Considereu una ona electromagnètica harmònica, plana i linealment polaritzada que es propaga en el buit. Quin parell de vectors amplitud (\vec{E}_0, \vec{B}_0) és físicament possible si la propagació és en el sentit negatiu de l'eix y ?

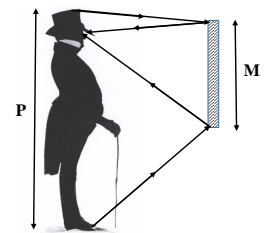
- a) $\vec{E}_0 = (3 \text{ V/m}) \mathbf{i}$; $\vec{B}_0 = -(10^{-8} \text{ T}) \mathbf{k}$
- b) $\vec{E}_0 = (3 \text{ V/m}) \mathbf{k}$; $\vec{B}_0 = -(10^{-8} \text{ T}) \mathbf{i}$
- c) $\vec{E}_0 = -(3 \text{ V/m}) \mathbf{i}$; $\vec{B}_0 = (10^{-8} \text{ T}) \mathbf{k}$
- d) $\vec{E}_0 = (3 \text{ V/m}) \mathbf{k}$; $\vec{B}_0 = (10^{-8} \text{ T}) \mathbf{i}$

T2) El transistor PMOS de la figura té per paràmetres $V_T = -1.5 \text{ V}$ i $\beta = 500 \mu\text{A}/\text{V}^2$. Si $V_{SS} = 5 \text{ V}$, el corrent de drenador I_D valdrà

- a) $450 \mu\text{A}$ b) 3.1 mA c) 0 d) 2.5 mA



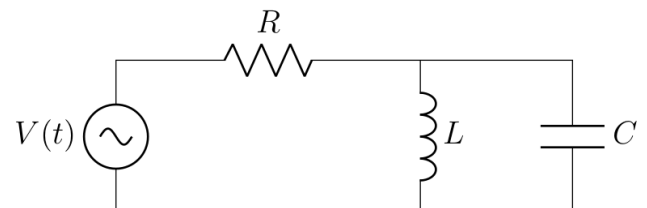
T3) El senyor Pickwick es mira en un mirall de mida vertical M . El mirall està penjat de forma que el senyor Pickwick tot just arriba a veure els seus peus i l'extrem superior del barret, que està a una alçada P (si fos una mica més alt ja no es veuria els peus i/o el barret sencers). Quina és la relació entre M i P ? (com s'indica a la figura, per tal de veure un punt qualsevol del seu cos, cal que surti un raig de llum d'aquest punt, reboti al mirall, i acabi en el seu ull).



- a) $M = P/2$ b) $M = P/\sqrt{2}$
- c) $M = P/\sqrt{3}$ d) Ens cal la distància del senyor Pickwick a la paret.

T4) Un circuit està compost per una resistència $R = 300\Omega$ connectada en sèrie amb un condensador de reactància $X_C = 200\Omega$ i una bobina de reactància de $X_L = 100\Omega$, connectats entre si en paral·lel. Tot el conjunt s'alimenta amb una font de tensió alterna $V(t) = 220\text{V}\sqrt{2}\cos(100\pi t)$. La intensitat instantània en la resistència R és

- a) $I_R(t) = 0.86\text{A}\cos(100\pi t - 0.588)$
- b) $I_R(t) = 1.037\text{A}\cos(100\pi t + 0.588)$
- c) $I_R(t) = 1.037\text{A}\cos(100\pi t - 0.588)$
- d) $I_R(t) = 0.86\text{A}\cos(100\pi t + 0.588)$



T5) En un experiment de doble escletxa de Young, la separació entre escletxes és $d = 1.2$ mm i la separació entre el màxim d'interferència principal i el primer secundari és $x = 1.5$ mm. Sabent que la llum que fem servir a l'experiment prové d'un làser de $\lambda = 450$ nm, quina és la separació entre les escletxes i la pantalla?

- a) 450 nm b) $0.56 \mu\text{m}$ c) 7.7 cm d) 4 m

T6) Dues bateries idèntiques estan connectades en paral·lel. Si les utilitzem per a alimentar una resistència R variable i mesurem la intensitat i la diferència de potencial d'aquesta, trobem que si $R = 0 \Rightarrow I = 10$ A i en canvi si $R = \infty \Rightarrow V(R) = 7.5$ V. Quina intensitat trobarem si $R = 5 \Omega$?

- a) $I = 1.0$ A b) $I = 1.30$ A
c) $I = 2.30$ A d) $I = 1.15$ A

T7) Per a corregir el factor de potència d'una instal·lació que treballa a una freqüència $f = 1000$ Hz formada per una resistència R i una bobina de valor $L = 20.0$ mH en sèrie, cal connectar en paral·lel un condensador de capacitat $C = 1.0 \mu\text{F}$. Els valors de la resistència R i la impedància resultant de la instal·lació més aproximats són:

- a) $R = 200 \Omega$, $Z = 1130 \Omega$ b) $R = 20 k\Omega$, $Z = 253 \Omega$
c) $R = 2.1 k\Omega$, $Z = 390 \Omega$ d) $R = 65 \Omega$, $Z = 310 \Omega$

T8) Connectem un condensador pla de capacitat C_0 a un generador de tensió de forma que assoleix una càrrega Q_0 . A continuació treiem la bateria i col·loquem un dielèctric de constant dielèctrica ϵ_r dins del condensador, omplint completament l'espai entre plaques. Com han variat el mòdul del camp elèctric entre plaques (E) i l'energia electrostàtica del condensador (U)?

- a) Totes dues quantitats han disminuït.
b) E ha disminuït i U ha augmentat.
c) Cap de les dues quantitats ha variat.
d) E ha augmentat i U ha disminuït.

Cognoms i Nom:

Codi

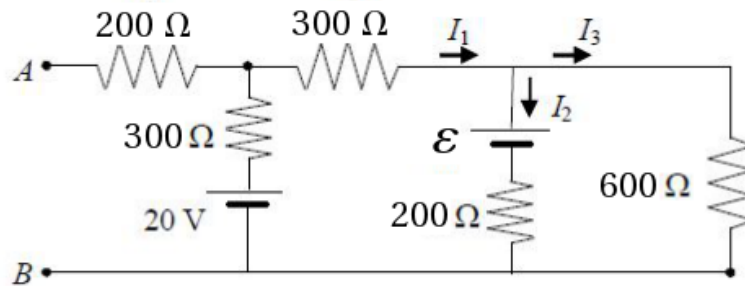
Examen FINAL de Física

20 de Gener del 2020

Problema 1 (20% de l'examen)

Donat el circuit representat a la figura:

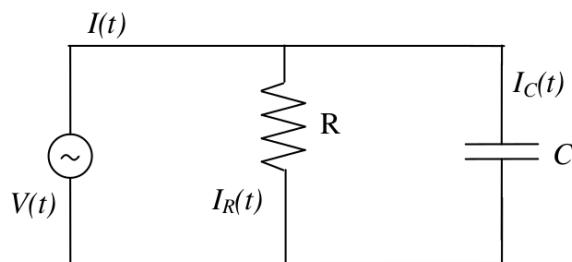
- Sabent que que $I_2 = 10 \text{ mA}$, calculeu els valors el valor de la f.e.m. ε , i el de les intensitats I_1 i I_3 .
- Determineu el valor de la diferència de potencial $V_A - V_B$.
- Trobeu l'equivalent Thévenin entre els punts A i B.
- Si entre els punts A i B connectem un condensador de capacitat $2 \mu\text{F}$, quina energia s'hi emmagatzemarà a l'estat estacionari?



Problema 2 (20% de l'examen)

Un generador de corrent altern subministra la tensió instantània $V(t) = 220 \text{ V} \sin(1000 t)$ al circuit representat a la figura, en el que $C = 5 \mu\text{F}$ i $R = 200 \Omega$. Determineu:

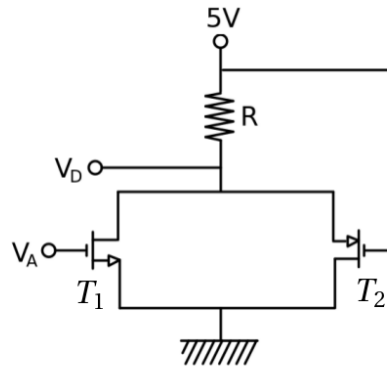
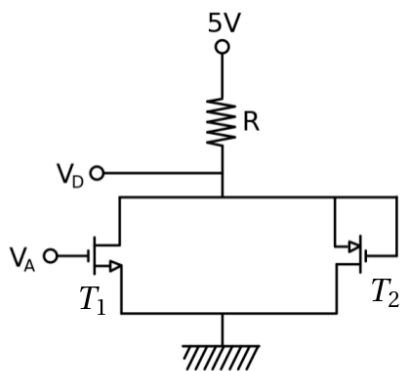
- Les intensitats instantànies $I_R(t)$ i $I_C(t)$.
- La impedància equivalent del circuit i la intensitat instantània total.
- La potència mitjana dissipada al circuit i el factor de potència.
- Quin element caldria connectar al circuit per corregir-ne el factor de potència?



Problema 3 (20% de l'examen)

Als circuits de la figura, els transistors nMOS te els paràmetres característics $V_T = 1 \text{ V}$ i $\beta = 2 \mu\text{A}/\text{V}^2$, i el pMOS $V_T = -1 \text{ V}$ i $\beta = 5 \mu\text{A}/\text{V}^2$. El valor de la resistència de càrrega és $R = 10 \text{ k}\Omega$.

- Considerem el circuit de l'esquerra. Amb $V_A = 5 \text{ V}$, determineu el règim de treball del transistor pMOS i el corrent I_2 . Determineu també el règim de treball del nMOS, la tensió de sortida V_D , el corrent I_1 i el corrent total I .
- Considerem ara el circuit de la dreta, on hem canviat la connexió de la porta del pMOS. Amb $V_A = 0 \text{ V}$, determineu el règim de treball de cada transistor, els corrents I_1 i I_2 , així com la tensió de sortida V_D .



Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	d	b
T2)	a	b
T3)	b	a
T4)	a	a
T5)	d	d
T6)	b	b
T7)	b	d
T8)	d	a

Resolució del Model A

- T1)** Es produeix el primer màxim d'interferència quan la diferència de camins recorreguts pels raigs, $\Delta x = x_2 - x_1$, és igual a la longitud d'ona, $\Delta x = \lambda$. Degut a la llei de proporcionalitat dels triangles, trobem que $\Delta x/d = x/\sqrt{D^2 + x^2}$, i per tant al nostre cas es satisfà la relació $\lambda/d = x/\sqrt{D^2 + x^2}$, d'on resulta $D = x\sqrt{d^2/\lambda^2 - 1} = 1.5 \times 10^{-3} \sqrt{(1.2 \times 10^{-3})^2 / (450 \times 10^{-9})^2} m = 4m$. També es pot notar que $d \gg \lambda$ i utilitzar la formula aproximada, $D = xd/\lambda = 4m$.
- T2)** La impedància de la instal·lació és $R + jX_L$, amb $X_L = L\omega = L2\pi f = 125.6\Omega$. La reactància del condensador que corregeix el factor de potència és $X_C = -(R^2 + X_L^2)/X_L$, i d'altra banda $|X_C| = 1/(C\omega) = 159.1\Omega$. Pertant tenim que $-X_C|X_L = 20000, \Omega^2 = (R^2 + X_L^2)$, d'on resulta que $R = 308, \Omega$. Finalment la impedància resultant ve donada per l'expressió $Z_{corr} = (R^2 + X_L^2)/R = 253, \Omega$.
- T3)** La impedància del circuit és $\bar{Z} = R + \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L - X_C} = (300 + j200)\Omega = 360.6\Omega|_{33.7}$. El fasor de la intensitat és $\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{220\sqrt{2}|_0}{360.6\Omega|_{33.7}} = 0.86A|_{-33.7}$ i la intensitat instantània $I(t) = 0.86A \cos(100\pi t - 0.588)$.
- T4)** La diferència de potencial entre la porta i la font, $V_{GS} = 5V$ és menor que la tensió llindar del transistor, $V_{GS} = 5V < V_T = 1.5V$, i per tant el transistor està en conducció. La diferència de potencial entre el drenador i la font $V_{DS} = 5V$ és menor que $V_{GS} - V_T = 3.5V$ i el transistor està treballant en la zona desaturació. La intensitat és $I_D = \beta/2(V_{GS} - V_T)^2 = \frac{500 \cdot 10^{-6}}{2} / (3.5)^2 \approx 3.1 \text{ mA}$.
- T5)** En carregar el condensador i després desconnectar la pila, la càrrega es mantindrà constant. Quan hi posem el dielèctric, la capacitat augmenta $C = \epsilon_r C_0$ però la càrrega seguirà essent constant $Q = Q_0$. Així, tenim que $C = Q_0/V = \epsilon_r Q_0/V_0$, on V és la diferència de potencial entre plaques i d'on deduïm que $V = V_0/\epsilon_r$, o sigui que al diferència de potencial i el camp elèctric (que són proporcionals) han disminuït. Finalment, l'energia $U = QV/2 = Q_0 V_0 / (2\epsilon_r)$ també ha disminuït.

- T6)** Per tal de veure els peus el marge inferior del mirall haurà d'estar a la distància intermèdia entre els ulls i els peus, degut a que l'angle d'incidència i de reflexió són iguals. Si entre els ulls i els peus hi ha una distància U , llavors el marge inferior del mirall estarà a una alçada $U/2$. Pel que fa a la part superior, i pel mateix raonament, com la distància entre els ulls i la part superior del barret és $P-U$, el marge superior del mirall caldrà que estigui a una alçada $U+(P-U)/2$. Així doncs, com la mida vertical del mirall és la distància entre el marge superior i l'inferior, tindrem $M = U + (P-U)/2 - U/2 = P/2$. No ens ha calgut saber la distància a la paret per deduir aquesta relació.
- T7)** Podem considerar les dues bateries, a partir del seu equivalent Thévenin, com una única bateria amb fem ϵ_{TH} i resistència interna R_{Th} . Quan connectem una resistència molt gran ($R \mapsto \infty$) resulta $I = \epsilon_{TH}/(R_{Th} + R) = 0$ i per tant la diferència de potencial $V(R) = 7.5 V$ ens proporciona $\epsilon_{TH} = 7.5 V$. Quan connectem $R = 0$ resulta $I = \epsilon_{TH}/(R_{Th} + R) = \epsilon_{TH}/R_{Th} = 10 A$ i per tant trobem $R_{Th} = 0.75 \Omega$. Si connectem una resistència $R = 5 \Omega$ la intensitat resultant serà $I = \epsilon_{TH}/(R_{Th} + R) = 7.5V/5.75 \Omega = 1.30 A$.
- T8)** Tots els parells verifiquen que pel que fa al mòdul $B_0 = E_0/c$. Així doncs sol cal que ens ocupem de la direcció i sentit. Com la propagació està definida per $-\mathbf{j}$, l'únic parell compatible és \mathbf{k} pel camp elèctric i $-\mathbf{i}$ pel camp magnètic.

Resolució del Problema 1

- a) Escrivim les equacions corresponents a la segona llei de Kirchhoff per a les dues malles del circuit, que són $20 - 600 I_1 - \varepsilon - 200 I_2 = 0$ per la malla de l'esquerra, $200 I_2 + \varepsilon - 600 (I_1 - I_2) = 0$ per la malla de la dreta, ja que $I_3 = I_1 - I_2$. Substituint $I_2 = 10 \times 10^{-3}(\text{A})$, trobem que cal resoldre el sistema d'equacions $\varepsilon = -600 I_1 + 18$, $\varepsilon = 600 I_1 - 8$. Obtenim $\varepsilon = 5(\text{V})$, i trobem que els valors de les intensitats són $I_1 = 21.67 \text{ mA}$, $I_2 = 10.0 \text{ mA}$ i $I_3 = 11.67 \text{ mA}$.
- b) La diferència de potencial val $V_A - V_B = 20 - 300 I_1 = 13.5 \text{ V}$.
- c) La força electromotriu Thévenin entre els punts A i B és igual a la diferència de potencial ($V_A - V_B$) en circuit obert. Per tant, $\varepsilon_{Th} = 13.5 \text{ V}$. Trobarem la resistència Thévenin curtcircuitant les bateries (substituint les forces electromotrius per cables sense resistència) i trobant la resistència equivalent de l'associació resultant. Les resistències de 200Ω i de 600Ω estan en paral·lel, la seva resistència equivalent està en sèrie amb la de 300Ω situada a la branca superior de la malla esquerra. La resistència equivalent a l'associació anterior es troba en paral·lel amb la de 300Ω situada a la branca esquerra de la malla esquerra. Finalment, l'associació en sèrie d'aquesta amb la de 200Ω és la resistència equivalent. Per tant, la resistència Thévenin val $R_{Th} = 200 + (1/300 + 1/(300 + (1/200 + 1/600)^{-1}))^{-1} = 380 \Omega$.
- d) Donat que el circuit de la figura es pot substituir pel seu equivalent Thévenin, la diferència de potencial entre les armadures del condensador a l'estat estacionari serà igual a $\varepsilon_{Th} = 13.5 \text{ V}$. L'energia a l'estat estacionari val $U = C \cdot \varepsilon_{Th}^2 / 2 = 182.25 \mu\text{J}$.

Resolució del Problema 2

- a) La intensitat que circula per la resistència R està en fase amb la diferència de potencial. Per tant, $I_R(t) = 220 \sin 1000t/200 = 1.1 \sin 1000t$ A.

La impedància del condensador val $\bar{Z}_C = -j/(C\omega) = -j/5 \cdot 10^{-3} = 200 \cdot \exp(-j\pi/2)$, de manera que $I_C(t) = 1.1 \sin(1000t + \pi/2)$ A.

- b) La impedància equivalent del circuit és l'associació en paral·lel de les impedàncies associades a la resistència i al condensador $1/\bar{Z} = 1/R + C\omega j = (1 + RC\omega j)/R$ d'on $\bar{Z} = 100 - 100j = 100\sqrt{2} \exp(-j\pi/4)$.

I llavors $I(t) = 220 \sin(1000t + \pi/4)/100\sqrt{2} = 1.56 \sin(1000t + \pi/4)$ A

- c) La potència mitjana dissipada a tot el circuit és la que es dissipa a la resistència $P = RI_{Ref}^2 = 200 \cdot (1.1/\sqrt{2})^2 = 121$ W

El factor de potència del circuit serà $\cos \phi = 100/100\sqrt{2} = 0.7071$

- d) Caldrà afegir en paral·lel una reactància de valor $X' = -Z^2/X = 200\Omega$. Per tant, serà una bobina de coeficient d'autoinducció $L = X'/\omega = 0.2$ H.

Resolució del Problema 3

- a) Donat que al transistor pMOS les portes G i S es troben connectades, la seva tensió és igual i per tant $V_{GS} = 0$ V. Així doncs, $V_T < V_{GS} = 0$ V i per tant el transistor es troba en tall, de forma que $I_2 = 0$ A.

D'altra banda, amb $V_A = 5$ V, la tensió de porta del transistor nMOS és també de 5 V, i per tant $V_{GS} = 5 - 0 > (V_T = 1) > 0$, de forma que aquest transistor no treballa en tall. Ens queda per determinar si es troba en règim òhmic o de saturació. Per tal de resoldre el problema, fem la hipòtesis de que es troba en saturació. En aquest cas, el corrent que circula pel nMOS ve donat per

$$I_D = \frac{1}{2}\beta(V_{GS} - V_T)^2 = \frac{1}{2}(2 \cdot 10^{-6})(5 - 1)^2 = 16 \mu\text{A} ,$$

i analitzant la malla de sortida

$$V_D = 5 - 10 \cdot 10^3 \times 16 \cdot 10^{-6} = 4.84 \text{ V} ,$$

de forma que $V_{DS} = 4.84 - 0 = 4.84$ V. Ara comprovem que el nMOS treballa efectivament en saturació, donat que $4.84 = V_{DS} > V_{GT} = 4 > 0$.

Finalment, el corrent total és $I = I_1 + I_2 = 16 \mu\text{A} + 0 = 16 \mu\text{A}$.

- b) Amb $V_A = 0$ V, el transistor nMOS es troba en tall, donat que $V_G = V_S = 0$ V i per tant $V_T > V_{GS}$. Així doncs, $I_1 = 0$ A. Això implica que el corrent total I és igual al corrent I_2 . Si el transistor pMOS condueix, la tensió de sortida seria $V_D < 5$ V i per tant, per aquest transistor tindriem $V_{GS} = 5 - V_D > 0$, la qual cosa no pot ser. Així doncs, aquest transistor tampoc pot conduir. Per tant $I_2 = 0$ A, el transistor es troba en tall, i $I = I_1 + I_2 = 0$ A. Sota aquestes condicions, no hi ha cap diferència de potencial a la resistència i la tensió de sortida és $V_D = 5$ V.