

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN  
11 de novembre de 2019

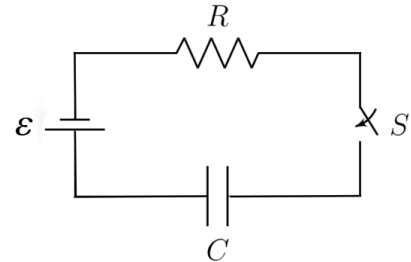
Model A

**Qüestions: 50% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encercleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Considereu un circuit RC sèrie com el de la figura amb  $\varepsilon = 5, V$ ,  $R = 200 \Omega$  i  $C = 0.1 \text{ mF}$ . Després de tancar l'interruptor  $S$ , l'equació de la intensitat que circula per  $R$  en funció del temps és



- a)  $I(t) = 0.025e^{-50t}$
- b)  $I(t) = 0$
- c)  $I(t) = 0.025$
- d)  $I(t) = 0.025(1 - e^{-50t})$

**T2)** Quants cops ha de transcórrer aproximadament la constant de temps  $\tau_L$  abans que una bobina en un circuit RL sèrie adquireixi el 4% de la seva energia final en estat estacionari?

- a) 0.04
- b) 3.22
- c) 1.6
- d) 0.22

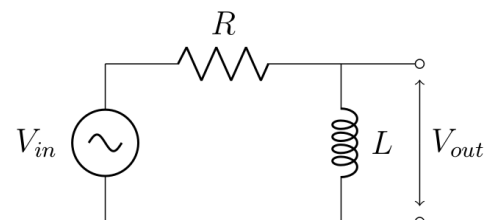
**T3)** Una resistència  $R$  en sèrie amb un element pur desconegut es connecten a un generador que subministra una tensió  $V(t) = (220\sqrt{2}V) \cos(100\pi t)$ . Si la intensitat que circula per la resistència és  $I(t) = (2.2\sqrt{2}A) \cos(100\pi t - \pi/3)$  quins són la resistència i l'element pur?

- a)  $R = 100\Omega$  i  $L = 551.2\text{H}$
- b)  $R = 100\Omega$  i  $C = 73.5\text{mF}$
- c)  $R = 50\Omega$  i  $L = 275.6\text{mH}$
- d)  $R = 50\Omega$  i  $C = 36.75\text{mF}$

**T4)** Quin tipus i de quin valor és l'element que connectat en paral·lel a un conjunt format per una resistència de  $100\Omega$  en sèrie amb una bobina amb el coeficient de inducció  $100\text{mH}$  i un condensador de capacitat  $5\mu\text{F}$ , fa que el sistema tingui el factor de potència corregit per a una freqüència angular  $1000 \text{ rad/s}$ .

- a)  $C = 10\mu\text{F}$
- b)  $L = 200\text{mH}$ .
- c)  $L = 100\text{mH}$ .
- d)  $C = 5\mu\text{F}$ .

**T5)** Trobeu el valor de la freqüència angular pel qual la funció de transferència del circuit representat a la figura és  $V_{out}/V_{in} = 1/3$



- a)  $\omega = R/(2L)$
- b)  $\omega = R/(\sqrt{8}L)$
- c)  $\omega = 2R/L$
- d)  $\omega = R/L$

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN  
11 de novembre de 2019

Model B

**Qüestions: 50% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerceleu-la de manera clara.

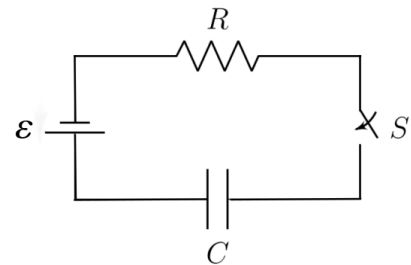
Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Una resistència  $R$  en sèrie amb un element pur desconegut es connecten a un generador que subministra una tensió  $V(t) = (220\sqrt{2}V) \cos(100\pi t)$ . Si la intensitat que circula per la resistència és  $I(t) = (2.2\sqrt{2}A) \cos(100\pi t - \pi/3)$  quins són la resistència i l'element pur?

- a)  $R = 100\Omega$  i  $C = 73.5\text{mF}$                       b)  $R = 100\Omega$  i  $L = 551.2\text{H}$   
c)  $R = 50\Omega$  i  $L = 275.6\text{mH}$                       d)  $R = 50\Omega$  i  $C = 36.75\text{mF}$

**T2)** Considereu un circuit RC sèrie com el de la figura amb  $\varepsilon = 5\text{V}$ ,  $R = 200\Omega$  i  $C = 0.1\text{mF}$ . Després de tancar l'interruptor  $S$ , l'equació de la intensitat que circula per  $R$  en funció del temps és

- a)  $I(t) = 0.025$   
b)  $I(t) = 0.025e^{-50t}$   
c)  $I(t) = 0.025(1 - e^{-50t})$   
d)  $I(t) = 0$

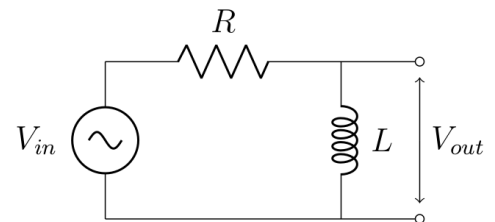


**T3)** Quin tipus i de quin valor és l'element que connectat en paral·lel a un conjunt format per una resistència de  $100\Omega$  en sèrie amb una bobina amb el coeficient de inducció  $100\text{mH}$  i un condensador de capacitat  $5\mu\text{F}$ , fa que el sistema tingui el factor de potència corregit per a una freqüència angular  $1000\text{rad/s}$ .

- a)  $L = 100\text{mH}$ .      b)  $C = 5\mu\text{F}$ .      c)  $L = 200\text{mH}$ .      d)  $C = 10\mu\text{F}$

**T4)** Trobeu el valor de la freqüència angular pel qual la funció de transferència del circuit representat a la figura és  $V_{out}/V_{in} = 1/3$

- a)  $\omega = R/L$                       b)  $\omega = R/(2L)$   
c)  $\omega = R/(\sqrt{8}L)$                       d)  $\omega = 2R/L$



**T5)** Quants cops ha de transcórrer aproximadament la constant de temps  $\tau_L$  abans que una bobina en un circuit RL sèrie adquireixi el 4% de la seva energia final en estat estacionari?

- a) 0.22                      b) 3.22                      c) 1.6                      d) 0.04

Cognoms i Nom:

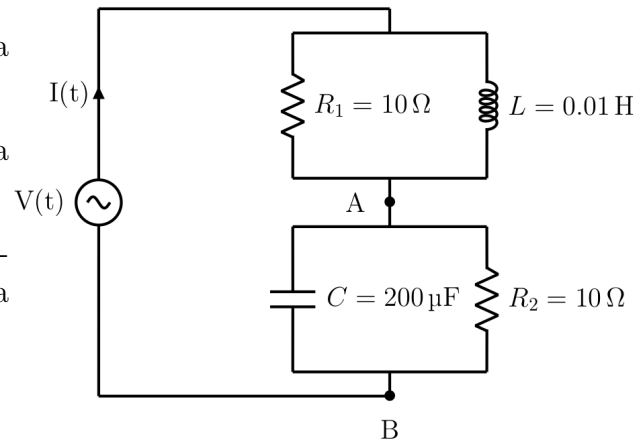
Codi

**Examen de Física - CORRENT ALTERN**  
**11 de novembre de 2019**

**Problema: 50% de l'examen**

La diferència de potencial entre els punts A i B és  $V_{AB}(t) = 10 \sin(1000t + 20^\circ)$  V.

- Calculeu la intensitat instantània subministrada pel generador ( $I(t)$ ).
- Determineu la diferència de potencial instantània del generador ( $V(t)$ ).
- Calculeu la potència mitjana activa subministrada pel generador i la potència mitjana activa de cada element.



**RESOLEU EN AQUEST MATEIX FULL**

## Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	a	c
T2)	d	b
T3)	c	c
T4)	b	c
T5)	b	a

### Resolució del Model A

- T1)** La constant de temps és  $\tau_C = RC = 200 \Omega \cdot 10^{-4} F = 0.02s$ . L'amplitud de la intensitat del corrent és  $I_0 = \varepsilon/R = 5V/200 \Omega = 0.025A$ . Per tant, l'equació en funció del temps és  $I(t) = I_0 e^{-t/\tau_C} = 0.025e^{-50t}$ .
- T2)** La relació entre l'energia  $LI^2/2$  i la intensitat  $I$  de la bobina és quadràtica: quan l'energia del condensador és igual a 0.04 vegades la seva energia final, la intensitat  $I$  satisfà  $I/I_0 = \sqrt{0.04} = 0.2$ . L'equació del procés de càrrega és  $I(t)/I_0 = 1 - e^{-t/\tau_L} = 0.2$ ,  $e^{-t/\tau_L} = 1 - 0.2 = 0.8$  i  $t/\tau_L = -\ln(0.8) = 0.22$ .
- T3)** Els fasors del voltatge i intensitat són  $\bar{V} = 220\sqrt{2}V|_0$  i  $\bar{I} = 2.2\sqrt{2}A|_{-60}$ . La impedància del circuit  $\bar{Z} = \bar{V}/\bar{I} = 100\Omega|_{60}$  té la part real igual a  $R = Z \cos(\phi) = 100\Omega \cos(\pi/3) = 50\Omega$  i la part imaginària és positiva,  $X = Z \sin(\phi) = 100\Omega \sin(\pi/3) = 86.6\Omega$ , per tant l'element pur es una bobina amb el coeficient de inducció  $L = X/(2\pi f) = 86.6\Omega/(2\pi 50s^{-1}) = 275.6mH$ .
- T4)** La inductància  $X_L = L\omega = 100 \times 10^{-3} H \cdot 1000 \text{ rad/s} = 100 \Omega$  és més petita que la capacitància  $X_C = 1/(C\omega) = 1/(5 \times 10^{-6} F \cdot 1000 \text{ rad/s}) = 200 \Omega$ , resultant un circuit capacitatiu. Per això cal corregir el factor de potència amb una bobina.
- Amb una impedància del circuit  $\bar{Z} = R + jX = R + j(X_L - X_C) = (100 - 100j)\Omega$ , per a corregir el factor de potència cal connectar una bobina amb una reactància  $X'_L = -\frac{R^2 + X^2}{X} = 200 \Omega$ , i per tant el coeficient de inducció ha de valdre  $L = X'_L/\omega = 200\Omega/1000\text{rad/s} = 200mH$ .
- T5)** La funció de transferència d'aquest circuit és  $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$ . Imposant la condició  $V_{out}/V_{in} = 1/3$  trobem que  $\omega = R/(\sqrt{8}L)$ .

## Resolució del Problema

- a) En primer lloc calculem la impedància equivalent de l'associació formada pel condensador i  $R_2$ .  $\bar{Z}_{R_2} = 10 \Omega = 10|0^\circ \Omega$ ,  $\bar{Z}_C = \frac{-j}{\omega C} = -5j \Omega = 5|_{-90^\circ} \Omega$ ,

d'on obtenim

$$\bar{Z}_{R_2C} = \frac{\bar{Z}_{R_2} \cdot \bar{Z}_C}{\bar{Z}_{R_2} + \bar{Z}_C} = 2 - 4j \Omega = \sqrt{20}|_{-63.4^\circ} \Omega$$

Tindrem doncs el següent fasor de la intensitat total

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_{AB}}{\bar{Z}_{R_2C}} = \frac{10|_{20^\circ}}{\sqrt{20}|_{-63.4^\circ}} = 2.24|_{83.4^\circ} A$$

i per la intensitat instantània total  $I(t) = 2.24 \sin(1000t + 83.4^\circ) A$

- b) Ens cal la impedància total del circuit. Per l'associació paral·lela de  $L$  i  $R_1$  tindrem

$$\bar{Z}_{R_1} = 10 \Omega = 10|0^\circ \Omega, \bar{Z}_L = L\omega j = 10j \Omega = 10|_{90^\circ} \Omega,$$

d'on obtenim

$$\bar{Z}_{R_1L} = \frac{\bar{Z}_{R_1} \cdot \bar{Z}_L}{\bar{Z}_{R_1} + \bar{Z}_L} = 5 + 5j \Omega = 5\sqrt{2}|_{45^\circ} \Omega$$

La impedància total del circuit serà doncs

$$\bar{Z} = \bar{Z}_{R_1L} + \bar{Z}_{R_2C} = 5 + 5j + 2 - 4j = 7 + j \Omega = \sqrt{50}|_{8.13^\circ} \Omega$$

Podem obtindre el fasor de la tensió total

$$\bar{V} = \bar{I} \cdot \bar{Z} = 2.24|_{83.4^\circ} \cdot \sqrt{50}|_{8.13^\circ} = 15.8|_{91.5^\circ} V$$

i el valor instantani

$$V(t) = 15.8 \sin(1000t + 91.5^\circ) V$$

- c) Calculem la potència mitjana subministrada pel generador:  $P = \frac{V_0 I_0}{2} \cos \phi = 15.8 \cdot 2.24 \cdot \cos(8.13^\circ) / 2 = 17.5 W$

La potència mitjana activa de la bobina i del condensador valen zero.

Podem calcular la potència dissipada a cada una de les dues associacions paral·leles com  $P = R \cdot I_e^2$ , on  $R$  és la part real de la impedància. El valor que resulti serà la potència dissipada a la resistència corresponent.

$$P_{R_1} = 5 \cdot \left(\frac{2.24}{\sqrt{2}}\right)^2 = 12.5 W$$

$$P_{R_2} = 2 \cdot \left(\frac{2.24}{\sqrt{2}}\right)^2 = 5.0 W$$

podem comprovar com la suma coincideix amb la potència mitjana subministrada pel generador.

Alternativament, també podem calcular la potència dissipada a cada resistència com  $\frac{V_0 I_0}{2} \cos \phi = V_0^2 / (2R)$ . Per a  $R_2$  trobem  $P_{R_2} = 10^2 / 20 = 5 W$ .

Per a  $R_1$  tenim que  $\bar{V}_{R_1} = \bar{Z}_{R_1L} \bar{I}_{gen}$ . Només necessitem el mòdul:  $V_0(R_1) = 5\sqrt{2} (\Omega) 2.24 (A) = 15.81 V$  i per tant trobem

$$P_{R_1} = 15.81^2 / 20 = 12.5 W.$$