

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN  
16 d'Abril del 2015

Model A

**Qüestions: 50% de l'examen**

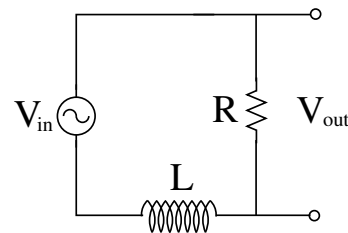
A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encercleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

- T1)** En un circuit amb una resistència de  $100\ \Omega$  i un condensador de  $20\ \mu\text{F}$  totalment carregat connectats en sèrie, quin interval de temps ha de transcórrer per tal que el condensador s'hagi descarregat fins al 74% de la seva càrrega original?  
a)  $602\ \mu\text{s}$ .                      b)  $41\ \mu\text{s}$ .                      c)  $63\ \mu\text{s}$ .                      d)  $14\ \text{ms}$ .
- T2)** Quant val el defasatge  $\varphi$  entre el corrent i la tensió en un circuit fluorescent format per una bobina de  $150\ \text{mH}$  i una resistència de  $100\ \Omega$  en sèrie, quan el conjunt es connecta a una línia de  $220\ \text{V}$  eficaços i  $60\ \text{Hz}$ ?  
a)  $\varphi = 16^\circ 32$                       b)  $\varphi = 48^\circ 52$                       c)  $\varphi = 72^\circ 17$                       d)  $\varphi = 29^\circ 49$
- T3)** Una línia digital és capaç de transmetre dades a  $20\ \text{Mbytes}$  per segon. Quina és la seva amplada de banda?  
a)  $798\ \text{MHz}$ .                      b)  $18\ \text{GHz}$ .                      c)  $320\ \text{MHz}$ .                      d)  $150\ \text{MHz}$ .

**T4)** El circuit de la figura implementa un filtre:

- a) Depén dels valors de  $R$ ,  $C$  i  $L$ .  
b) Passa-altes  
c) Passa-baixes  
d) Depén del valor de  $\omega$ .



- T5)** Connectem dos elements purs desconeguts en sèrie a un generador de  $V_{ef} = 125\ \text{V}$  eficaços i  $60\ \text{Hz}$  de freqüència. La intensitat eficaç que recorre el circuit és  $I_{ef} = 0.5\ \text{A}$  i el defasatge entre intensitat i tensió és  $\varphi = \pi/3$ . Quins són aquests elements i quin és el seu valor nominal?  
a)  $L = 574.3\ \text{mH}$  i  $C = 73.5\ \mu\text{F}$ .                      b)  $R = 125\ \Omega$  i  $L = 574.3\ \text{mH}$ .  
c)  $R = 125\ \Omega$  i  $C = 73.5\ \mu\text{F}$ .                      d)  $L = 73.5\ \text{mH}$ . i  $C = 574.3\ \mu\text{F}$

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN  
16 d'Abril del 2015

Model B

**Qüestions: 50% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encercleu-la de manera clara.

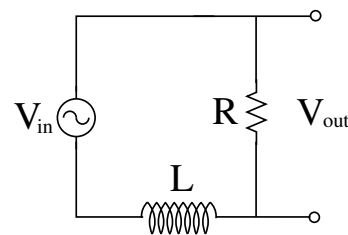
Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Quant val el defasatge  $\varphi$  entre el corrent i la tensió en un circuit fluorescent format per una bobina de 150 mH i una resistència de 100  $\Omega$  en sèrie, quan el conjunt es connecta a una línia de 220 V eficaços i 60 Hz?

- a)  $\varphi = 48^\circ 52$       b)  $\varphi = 16^\circ 32$       c)  $\varphi = 29^\circ 49$       d)  $\varphi = 72^\circ 17$

**T2)** El circuit de la figura implementa un filtre:

- a) Passa-baixes  
b) Depén del valor de  $\omega$ .  
c) Passa-altes  
d) Depén dels valors de  $R$ ,  $C$  i  $L$ .



**T3)** En un circuit amb una resistència de 100  $\Omega$  i un condensador de 20  $\mu\text{F}$  totalment carregat connectats en sèrie, quin interval de temps ha de transcórrer per tal que el condensador s'hagi descarregat fins al 74% de la seva càrrega original?

- a) 14 ms.      b) 602  $\mu\text{s}$ .      c) 63  $\mu\text{s}$ .      d) 41  $\mu\text{s}$ .

**T4)** Connectem dos elements purs desconeguts en sèrie a un generador de  $V_{ef} = 125$  V eficaços i 60 Hz de freqüència. La intensitat eficaç que recorre el circuit és  $I_{ef} = 0.5$  A i el defasatge entre intensitat i tensió és  $\varphi = \pi/3$ . Quins són aquests elements i quin és el seu valor nominal?

- a)  $R = 125 \Omega$  i  $L = 574.3$  mH.      b)  $L = 574.3$  mH i  $C = 73.5 \mu\text{F}$ .  
c)  $R = 125 \Omega$  i  $C = 73.5 \mu\text{F}$ .      d)  $L = 73.5$  mH. i  $C = 574.3 \mu\text{F}$

**T5)** Una línia digital és capaç de transmetre dades a 20 Mbytes per segon. Quina és la seva amplada de banda?

- a) 150 MHz.      b) 18 GHz.      c) 798 MHz.      d) 320 MHz.

Cognoms i Nom:

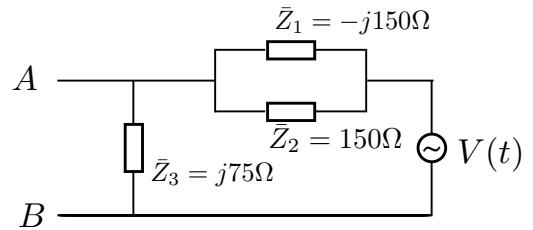
Codi

**Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN**  
**16 d'Abril del 2015**

**Problema: 50% de l'examen**

Considerem el següent circuit on la font de tensió proporciona un senyal  $V(t) = 300 \cos(200t + \pi/6)$  V.

- Calculeu el fasor associat a la intensitat que circula per cada impedància.
- Calculeu l'equivalent Thévenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit.
- Situem en sèrie entre els punts A i B un aparell elèctric compost per una resistència de valor  $R = 75 \Omega$ , un condensador de capacitat  $C = 10 \mu\text{F}$  i una autoinducció de valor  $L = 1.375 \text{ H}$ , connectats en sèrie. Quina es la potència dissipada per aquest aparell?



**RESOLEU EN AQUEST MATEIX FULL**

## Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	a	c
T2)	d	a
T3)	c	b
T4)	c	a
T5)	b	d

### Resolució del Model A

- T1)** L'equació de la descàrrega del condensador és  $Q = Q_0 e^{-t/\tau}$ , on  $Q_0$  és la càrrega inicial i  $\tau = RC$  la constant de temps. Ens diuen que s'ha de descarregar fins al 74% de la seva càrrega original, i per tant  $Q = 0.74Q_0$ , d'on resulta la condició  $0.74 = e^{-t/RC}$ . D'aquí s'obté  $t = -RC \ln(0.74) = -100(20 \cdot 10^{-6}) \ln(0.74) = 600 \mu\text{s}$ .
- T2)** Sabem que el defasatge entre intensitat i tensió és igual a la fase de la impedància, i per tant  $\tan \varphi = L\omega/R$  donat que la resistència i la impedància estan connectades en sèrie. Tenint present que  $\omega = 2\pi f$  amb  $f$  la freqüència del senyal de tensió, resulta  $\tan \varphi = (150 \cdot 10^{-3})(2\pi 60)/100 = 0.565$ , d'on resulta  $\varphi = 29^\circ 49'$ .
- T3)** La velocitat de 20 Mbytes equival a 160 Mbits donat que un byte són vuit bits. Sabem que són necessaris dos polsos de durada  $\tau$  per tal de transmetre un bit, de forma que la durada del pols ha de ser  $\tau = 1/[2 \cdot (160 \cdot 10^6)]$  i el seu invers és l'amplada de banda,  $f_b = 320 \cdot 10^6 = 320 \text{ MHz}$ .
- T4)** La funció de transferència del circuit és la relació entre el mòdul de la tensió de sortida i el de la tensió d'entrada. Al cas de la figura resulta  $V_{out} = RI$  amb  $I = V_{in}/\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$ , de forma que  $F(\omega) = R/\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$ . A partir d'aquí veiem que  $F(0) = R/\sqrt{R^2 + 0^2} = 1$  i que  $F(\omega \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ , mentre que per valors creixents de  $\omega$  el denominador de  $F(\omega)$  augmenta mentre que el numerador és constant, de forma que  $F(\omega)$  surt de 1 a l'origen i decreix cap a zero menòtonament a mesura que la freqüència angular augmenta. Així doncs es tracta d'un filtre passa-baixes.
- T5)** A partir de les dades podem trobar el mòdul de la impedància com  $|Z| = V_{ef}/I_{ef} = 125/0.5 = 250 \Omega$ , mentre que la seva fase és igual al defasatge entre la tensió i el corrent, es a dir  $\pi/3$  o  $-\pi/3$  (no ens especifiquen quina quantitat avança a l'altra). Amb les relacions  $R = |Z| \cos \varphi$ ,  $X = |Z| \sin \varphi$  observem que la impedància del circuit és  $Z = 250 \cos(\pi/3) \pm j250 \sin(\pi/3) \equiv 125 \pm j125\sqrt{3}$ , tenint present l'incertesa en el signe de la fase. En qualsevol cas la part real de  $Z$  és la resistència, i per tant  $R = 125 \Omega$ , la qual cosa descarta dos dels quatre casos donats. Amb el valor de la freqüència observem que l'altre element és una bobina amb el valor indicat, donat que llavors la seva reactància és  $X = 0.5743(2\pi 60) = 216.505 \Omega = 125\sqrt{3} \Omega$ .

## Resolució del Problema

- a) Calculem en primer lloc l'equivalent de les impedàncies  $\bar{Z}_1$  i  $\bar{Z}_2$ , que es troben connectades en paral·lel

$$\frac{1}{\bar{Z}_{12}} = \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} = \frac{1}{-150j} + \frac{1}{150} = \frac{j}{150} + \frac{1}{150} = \frac{j+1}{150},$$

i per tant

$$\bar{Z}_{12} = \frac{150}{j+1} = \frac{150}{(1+j)(1-j)} = 75(1-j) \Omega = 75\sqrt{2}_{|-45^\circ} \Omega = 106.07_{|-45^\circ} \Omega.$$

Com que  $\bar{Z}_{12}$  i  $\bar{Z}_3$  es troben en sèrie quan els terminals A i B estan desconnectats, la impedància total equivalent del circuit és

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_{12} + \bar{Z}_3 = 75(1-j) + 75j = 75 \Omega = 75_{|0^\circ} \Omega.$$

L'intensitat  $\bar{I}$  que circula per  $\bar{Z}_{eq}$  és doncs la mateixa que la que circula per  $\bar{Z}_3$ . El fasor de la tensió que proporciona el generador és  $\bar{V} = 300_{|30^\circ} \text{ V}$ , i per tant

$$\bar{I}_3 = \bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{300_{|30^\circ}}{75_{|0^\circ}} = 4_{|30^\circ} \text{ A},$$

mentre que la tensió als extrems de  $\bar{Z}_{12}$  és

$$\bar{V}_{12} = \bar{I}\bar{Z}_{12} = 4_{|30^\circ} 75\sqrt{2}_{|-45^\circ} = 300\sqrt{2}_{|-15^\circ} \text{ V}.$$

D'aquí trobem finalment

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{Z}_1} = \frac{300\sqrt{2}_{|-15^\circ}}{150_{|-90^\circ}} = 2\sqrt{2}_{|75^\circ} \text{ A},$$

i

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{Z}_2} = \frac{300\sqrt{2}_{|-15^\circ}}{150_{|0^\circ}} = 2\sqrt{2}_{|-15^\circ} \text{ A}.$$

- b) Tal com sabem, l'equivalent de Thévenin consta d'una font de tensió connectada en sèrie amb una impedància. Per tal de calcular el valor de la impedància equivalent Thevenin cal substituir les fonts de tensió per fils conductors. Fent això veiem que al circuit resultant les tres impedàncies es troben connectades en paral·lel, i per tant

$$\begin{aligned} \frac{1}{\bar{Z}_{Th}} &= \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3} = \frac{1}{-150j} + \frac{1}{150} + \frac{1}{75j} \\ &= \frac{j}{150} + \frac{1}{150} - \frac{2j}{150} = \frac{1-j}{150}, \end{aligned}$$

d'on trobem

$$\bar{Z}_{Th} = \frac{150}{1-j} = 150 \frac{(1+j)}{(1-j)(1+j)} = 150 \frac{1+j}{2} = 75(1+j) \Omega = 75\sqrt{2}_{|45^\circ} \Omega.$$

Per tal de trobar la tensió equivalent Thevenin hem de calcular la tensió entre els punts A i B, que coincideix amb la tensió al extrems de  $\bar{Z}_3$ . Fent servir el resultat de l'apartat anterior resulta

$$\bar{V}_{Th} = \bar{V}_3 = \bar{I}_3 \bar{Z}_3 = 4_{|30^\circ} 75_{|90^\circ} = 300_{|120^\circ} \text{ V}.$$

c) L'aparell té una impedància

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = 75 + j \left( 200 \cdot 1.375 - \frac{1}{200 \cdot (10 \cdot 10^{-6})} \right) \\ &= 75 - 225j \Omega = 237.17 \angle_{-71^\circ 57'} \Omega .\end{aligned}$$

Aquest element, connectat en sèrie entre A i B, es comporta igual que si l'haguéssim connectat als extrems de l'equivalent Thévenin del circuit original. Fent això, la impedància equivalent del circuit resultant és

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z} + \bar{Z}_{Th} = (75 - 225j) + 75(1 + j) = 150 - 150j = 150\sqrt{2} \angle_{-45^\circ} \Omega = 212.13 \angle_{-45^\circ} \Omega ,$$

i la intensitat que circula a través seu és, doncs

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_{Th}}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{300 \angle_{120^\circ}}{150\sqrt{2} \angle_{-45^\circ}} = \sqrt{2} \angle_{165^\circ} \text{ A} = 1.41 \angle_{165^\circ} \text{ A} .$$

Finalment, aplicant la llei d'Ohm trobem la potència dissipada per l'aparell

$$P = I_{ef}^2 R = \frac{I_0^2}{2} R = \frac{(\sqrt{2})^2}{2} 75 = 75 \text{ W} .$$