

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN  
5 de Novembre del 2012

Model A

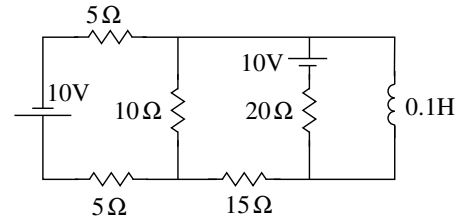
Qüestions: 50% de l'examen

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerceleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Quant val la constant de temps del circuit RL de la figura?

- a) 1 s  
b) 0.01 s  
c) 0.1 s  
d) 10 s



**T2)** Per un circuit RL alimentat per un senyal de tensió eficaç  $V_{ef} = 10\text{ V}$  i freqüència 50 Hz circula una intensitat  $I_{ef} = 2\text{ A}$ . Sabent que el coeficient d'autoinducció de la bobina és  $L = 12.73\text{ mH}$ , el factor de potència del circuit val:

- a) 0.6  
b) 0.4  
c) 1.0  
d) 0.8

**T3)** Per un circuit RL circula una intensitat  $I(t) = 2 \cos(100\pi t - 0.5)\text{ A}$  quan està connectat a una tensió alterna  $V(t) = 100 \cos(100\pi t + 0.1)\text{ V}$  (tots els angles en radians). Quins són els valors de R i L ?

- a)  $R = 50.5\ \Omega$  ,  $L = 0.13\text{ H}$   
b)  $R = 80\ \Omega$  ,  $L = 0.05\text{ H}$   
c)  $R = 33.3\ \Omega$  ,  $L = 1.4\text{ H}$   
d)  $R = 41.3\ \Omega$  ,  $L = 0.09\text{ H}$

**T4)** Un circuit de corrent altern és tal que quan se li aplica una tensió  $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$  el corrent que hi circula és  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ . Quina de les següents afirmacions és certa?

- a) La intensitat va endarrerida  $180^\circ$  respecte la tensió.  
b) La intensitat va avançada  $90^\circ$  respecte la tensió.  
c) La intensitat i la tensió estan en fase.  
d) La intensitat va endarrerida  $90^\circ$  respecte la tensió.

**T5)** La durada del mínim pols que es pot enviar a través d'una línia és de 12.5 ns. Quina és la velocitat de transmissió ?

- a) 40 Mbit/s  
b) 20 Mbit/s  
c) 30 Mbit/s  
d) 10 Mbit/s

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN  
5 de Novembre del 2012

Model B

**Qüestions: 50% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encercleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Per un circuit RL circula una intensitat  $I(t) = 2 \cos(100\pi t - 0.5)$  A quan està connectat a una tensió alterna  $V(t) = 100 \cos(100\pi t + 0.1)$  V (tots els angles en radians). Quins són els valors de R i L ?

- a)  $R = 80 \Omega$  ,  $L = 0.05 H$                       b)  $R = 33.3 \Omega$  ,  $L = 1.4 H$   
c)  $R = 41.3 \Omega$  ,  $L = 0.09 H$                       d)  $R = 50.5 \Omega$  ,  $L = 0.13 H$

**T2)** La durada del mínim pols que es pot enviar a través d'una línia és de 12.5 ns. Quina és la velocitat de transmissió ?

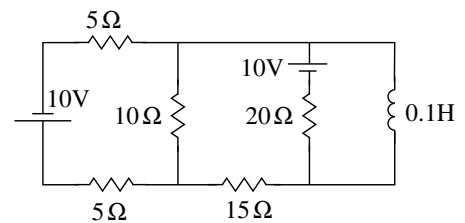
- a) 10 Mbit/s    b) 20 Mbit/s  
c) 40 Mbit/s    d) 30 Mbit/s

**T3)** Per un circuit RL alimentat per un senyal de tensió eficaç  $V_{ef} = 10$  V i freqüència 50 Hz circula una intensitat  $I_{ef} = 2$  A. Sabent que el coeficient d'autoinducció de la bobina és  $L = 12.73$  mH, el factor de potència del circuit val:

- a) 0.6    b) 1.0    c) 0.4    d) 0.8

**T4)** Quant val la constant de temps del circuit RL de la figura?

- a) 0.01 s    b) 1 s  
c) 0.1 s    d) 10 s



**T5)** Un circuit de corrent altern és tal que quan se li aplica una tensió  $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$  el corrent que hi circula és  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ . Quina de les següents afirmacions és certa?

- a) La intensitat va endarrerida  $180^\circ$  respecte la tensió.  
b) La intensitat i la tensió estan en fase.  
c) La intensitat va endarrerida  $90^\circ$  respecte la tensió.  
d) La intensitat va avançada  $90^\circ$  respecte la tensió.

Cognoms i Nom:

Codi

**Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN**  
**5 de Novembre del 2012**

**Problema: 50% de l'examen**

Un tub fluorescent equival a una reactància inductiva  $L$  en sèrie amb una resistència  $R$ . Un cop es connecta a un generador de corrent altern de 50 Hz i 220 V, es prenen les següents mesures experimentals: intensitat 0.4 A, tensió a la bobina 184.4 V, tensió a la resistència 120 V. Sabent que tots els valors són eficaços, calculeu:

- a)  $L$ ,  $R$  i el factor de potència del tub. (4p)
- b) El circuit equivalent de Thévenin a extrems de la bobina. (4p)
- c) L'element que cal posar en paral·lel amb la bobina, i el seu valor, per tal que la intensitat que circula a través seu (de l'element) sigui màxima. (2p)

**RESOLEU EN AQUEST MATEIX FULL**

## Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
T1)	b	c
T2)	a	c
T3)	d	a
T4)	b	a
T5)	a	d

### Resolució del Model A

- T1)** La constant de temps d'un circuit  $RL$  és  $\tau = L/R$ . El circuit a borns de la bobina es pot reemplaçar pel seu equivalent de Thévenin i obtenir així un RL sèrie. La resistència de Thévenin s'obté reemplaçant les fonts per fils conductors i, anat d'esquerra a dreta al circuit, s'obté fent l'associació en sèries de les dues resistències de  $5\ \Omega$ , el resultat en paral·lel amb la de  $10\ \Omega$ , tot això en sèries amb la de  $15\ \Omega$ , i el resultat en paral·lel amb la de  $20\ \Omega$ . Això dona  $R_{Th} = 10\ \Omega$ , i per tant  $\tau = 0.1/10 = 0.01\ \text{s}$ .
- T2)** La impedància del circuit és  $Z = V_{ef}/I_{ef} = 10/2 = 5\ \Omega$ . Coneixent  $L$ , trobem  $X_L = L\omega = 12.73 \cdot 10^{-3} 2\pi 50 = 4\ \Omega$  i a partir d'aquí, sabent que  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ , obtenim  $R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\ \Omega$ . Llavors  $\cos \varphi = R/Z = 3/5 = 0.6$ .
- T3)** Obtenim  $R$  i  $L$  de la impedància. La tensió i el corrent que donen l'enunciat, escrits fasorialment, són  $V = 100_{|0.1}$  i  $I = 2_{|-0.5}$ , respectivament, de forma que  $Z = V/I = 100_{|0.1}/2_{|-0.5} = 50_{|0.6}\ \Omega = 41.27 + j28.23$ . Així doncs  $R = 41.27\ \Omega$  i  $L = X_L/\omega = 28.23/100\pi = 0.09\ \text{H}$ .
- T4)** Podem escriure la tensió  $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$  com  $V(t) = V_0 \cos(\omega t - \pi/2)$  i per tant la intensitat va avançada  $90^\circ$  respecte la tensió.
- T5)** La velocitat de transmissió, igual al nombre de bits enviats per segon, és  $v = 1/2\tau$  on  $\tau$  és la durada del pols. Així doncs  $v = 1/(2 \cdot 12.5 \cdot 10^{-9}) = 40 \cdot 10^6 = 40\ \text{Mbit}$ .

## Resolució del Problema

- a) La freqüència angular a la que treballa el generador és  $\omega = 2\pi f = 100\pi$  rad/s. Addicionalment, escrivirem els fasors de tensió i corrent fent servir el seu valor eficaç com a mòdul. Es tracta d'un circuit  $RL$  sèrie, i per tant la intensitat eficaç  $I = 0.4$  A és la mateixa a tots els elements. Sabent la tensió que cau tant a la resistència com a la bobina, trobem directament les seves impedàncies i els valors dels elements corresponents. Així doncs

$$V_R = RI \quad \rightarrow \quad R = \frac{V_R}{I} = \frac{120}{0.4} = 300 \, \Omega ,$$

i també

$$V_L = L\omega I \quad \rightarrow \quad L = \frac{V_L}{\omega I} = \frac{184.4}{100\pi \cdot 0.4} = 1.467 \, \text{H} .$$

Podem trobar el factor de potència a partir de la relació  $\cos \varphi = R/Z_{RL}$ , on  $Z_{RL}$  és el mòdul de la impedància del circuit

$$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{300^2 + (100\pi \cdot 1.467)^2} = 500 \, \Omega ,$$

de forma que

$$\cos \varphi = \frac{300}{500} = 0.545 .$$

- b) La tensió de Thévenin pren el mateix valor que la tensió que cau als extrems de la bobina. Sabem de l'enunciat que el seu valor eficaç és 184.4 V, però cal determinar la fase. Per això trobem primer el fasor corresponent a la impedància

$$\bar{Z}_{RL} = R + jL\omega = 300 + j1.467 \cdot 100\pi = 300 + j461 = 550_{|56^\circ 94} \, \Omega ,$$

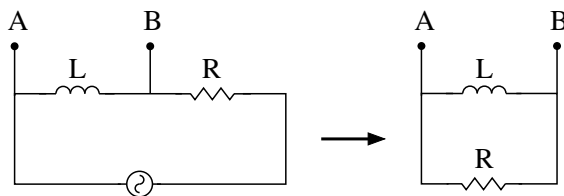
i a partir d'aquí obtenim la tensió de Thévenin com

$$\bar{V}_L = \bar{Z}_L \bar{I} = \bar{Z}_L \left( \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{RL}} \right) = 461_{|90^\circ} \left( \frac{220_{|0^\circ}}{550_{|56^\circ 94}} \right) = 184.4_{|33^\circ 06} \, \text{V} ,$$

on hem fet servir que la impedència només de la bobina és

$$\bar{Z}_L = jL\omega = j1.467 \cdot 100\pi = 461_{|90^\circ} \, \Omega .$$

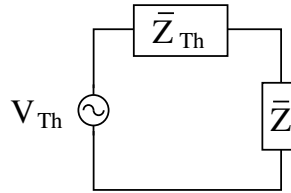
La impedència de Thévenin es troba curtcircuitant la font de tensió. Tal com veiem al dibuix, al curtcircuitar la font, la impedència del circuit resultant a extrems de la bobina és igual al paral·lel de la resistència amb l'autoinducció



i per tant resulta

$$\frac{1}{\bar{Z}_{Th}} = \frac{1}{461j} + \frac{1}{300} \quad \rightarrow \quad \bar{Z}_{Th} = 210.75 + j137.15 = 251.44_{|33^\circ 05} \, \Omega .$$

- c) Fent servir el circuit equivalent de Thévenin que acabem de calcular, el circuit que resulta al connectar una impedància  $\bar{Z}$  en paral.lel amb la bobina és el de la figura següent



Per tal d'obtenir un corrent màxim a  $\bar{Z}$ , cal que el mòdul de la impedància total del circuit sigui mínim, la qual cosa es equivalent a imposar que la part imaginària de la impedància total del circuit resultant sigui zero. Així doncs, amb  $\bar{Z}_{Th} = 210.75 + j137.15 \Omega$ , concluïm que  $\bar{Z} = -j137.15 \Omega$  i per tant es tracta d'un condensador de reactància  $X_C = 1/C\omega = 137.15 \Omega$ . A partir d'aquí s'obté el resultat final  $C = 1/(137.15 \cdot 100\pi) = 23.21 \mu\text{F}$ .

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN  
5 de Novembre del 2012

Model A

**Qüestions: 50% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerclau-la de manera clara.  
Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Durant la descàrrega, quant temps triga el corrent d'un circuit RC en reduir-se a un 75% del seu valor inicial?

- a)  $-RC \ln(0.25)$     b)  $-RC \ln(0.75)$     c)  $+RC \ln(0.25)$     d)  $+RC \ln(0.75)$

**T2)** Quant val el factor de potència del conjunt format per un condensador  $C = 10 \mu\text{F}$  i una resistència en sèrie  $R = 100 \Omega$ , quan es connecta a un senyal de freqüència  $f = 100 \text{ Hz}$  ?

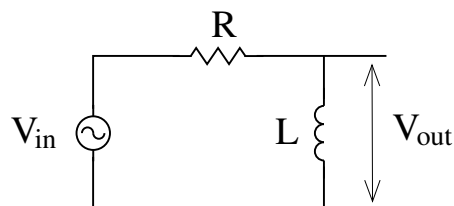
- a) 0.33    b) 0.27  
c) 0.53    d) 0.08

**T3)** En una línia ADSL, quina de les següents afirmacions és falsa?

- a) La mínima durada del pols que es pot enviar és inversament proporcional a l'ample de banda.  
b) La mínima durada del pols que es pot enviar és inversament proporcional la velocitat de transmissió.  
c) La velocitat de transmissió és inversament proporcional a l'ample de banda.  
d) La velocitat de transmissió és directament proporcional a l'ample de banda.

**T4)** Quin és el valor de la funció de transferència ( $V_{out}/V_{in}$ ) del filtre de la figura, quan sabem que  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 5 \text{ mH}$  i  $\omega = 1000 \text{ rad/s}$  ?

- a) 1.5    b) 0.75  
c) 0.45    d) 0.20



**T5)** Sabem que les potències activa i reactiva d'un circuit RL són  $P = 17.321 \text{ W}$  i  $Q = 10 \text{ VAR}$ . Trobeu el valor de la resistència  $R$  sabent que  $X_L = 25 \Omega$ .

- a)  $R = 10 \Omega$ .                  b)  $R = 17.32 \Omega$ .                  c)  $R = 43.30 \Omega$ .                  d)  $R = 173.21 \Omega$ .

Cognoms i Nom:

Codi

Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN  
5 de Novembre del 2012

Model B

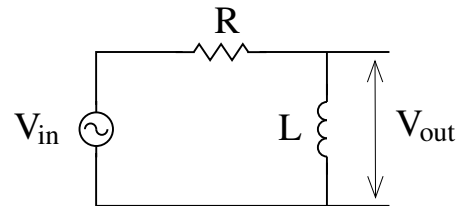
**Qüestions: 50% de l'examen**

A cada qüestió només hi ha una resposta correcta. Encerceleu-la de manera clara.

Puntuació: correcta = 1 punt, incorrecta = -0.25 punts, en blanc = 0 punts.

**T1)** Quin és el valor de la funció de transferència ( $V_{out}/V_{in}$ ) del filtre de la figura, quan sabem que  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 5 \text{ mH}$  i  $\omega = 1000 \text{ rad/s}$  ?

- a) 0.45                                      b) 0.20  
c) 0.75                                      d) 1.5



**T2)** En una línia ADSL, quina de les següents afirmacions és falsa?

- a) La velocitat de transmissió és directament proporcional a l'ample de banda.  
b) La velocitat de transmissió és inversament proporcional a l'ample de banda.  
c) La mínima durada del pols que es pot enviar és inversament proporcional a l'ample de banda.  
d) La mínima durada del pols que es pot enviar és inversament proporcional la velocitat de transmissió.

**T3)** Durant la descàrrega, quant temps triga el corrent d'un circuit RC en reduir-se a un 75% del seu valor inicial?

- a)  $-RC \ln(0.75)$     b)  $-RC \ln(0.25)$     c)  $+RC \ln(0.25)$     d)  $+RC \ln(0.75)$

**T4)** Sabem que les potències activa i reactiva d'un circuit RL són  $P = 17.321 \text{ W}$  i  $Q = 10 \text{ VAR}$ . Trobeu el valor de la resistència  $R$  sabent que  $X_L = 25 \Omega$ .

- a)  $R = 173.21 \Omega$ .    b)  $R = 10 \Omega$ .    c)  $R = 43.30 \Omega$ .    d)  $R = 17.32 \Omega$ .

**T5)** Quant val el factor de potència del conjunt format per un condensador  $C = 10 \mu\text{F}$  i una resistència en sèrie  $R = 100 \Omega$ , quan es connecta a un senyal de freqüència  $f = 100 \text{ Hz}$  ?

- a) 0.53                                      b) 0.08  
c) 0.27                                      d) 0.33



Cognoms i Nom:

Codi

**Examen parcial de Física - CORRENT ALTERN**  
**5 de Novembre del 2012**

**Problema: 50% de l'examen**

Un dispositiu elèctric està format per un condensador  $C$  en sèrie amb una resistència  $R$ . El dispositiu s'alimenta amb una font de corrent altern que subministra una tensió eficaç  $V = 220 \text{ V}$  a una freqüència  $f = 50 \text{ Hz}$ . Sabent que  $R = 300 \Omega$  i que la tensió eficaç a borns de la resistència és  $V_R = 93 \text{ V}$ , trobeu:

- a) Els valors de  $C$ , la intensitat eficaç que passa pel circuit i el factor de potència. (4p)
- b) El circuit equivalent Thévenin a extrems del condensador. (4p)
- c) L'element que cal posar en paral·lel amb el condensador, i el seu valor, per tal que la intensitat que circula a través seu (de l'element) sigui màxima. (2p)

**RESOLEU EN AQUEST MATEIX FULL**

## Respostes correctes de les qüestions del Test

Qüestió	Model A	Model B
<b>T1)</b>	b	a
<b>T2)</b>	c	b
<b>T3)</b>	c	a
<b>T4)</b>	c	c
<b>T5)</b>	c	a

### Resolució del Model A

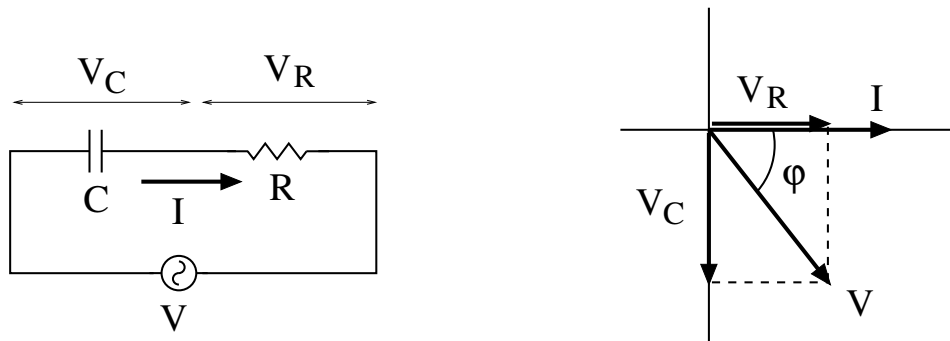
- T1)** Si  $I(t)$  es redueix a un 75% del seu valor original,  $I(t) = 0.75 I_0$ . Així s'obté la relació  $0.75 I_0 = I_0 e^{-t/RC}$  i per tant  $t = -RC \ln(0.75)$ .
- T2)** El factor de potència és igual al cosinus de la fase de la impedància, i per tant, per un circuit RC,  $\cos \varphi = R/\sqrt{R^2 + (1/C\omega)^2} = 100/\sqrt{100^2 + (1/10^{-5} 2\pi 100)^2} = 0.53$ .
- T3)** Sabem que  $f_b = 1/\tau$  on  $\tau$  és la mínima durada del pols que es pot transmetre per la línia sense deformació significativa, i que la velocitat de transmissió (en bauds) és  $v = f_b/2$ . Així doncs  $v$  és directament proporcional a  $f_b$ , per la qual cosa la resposta c) és falsa.
- T4)** Del circuit veiem que  $V_{out} = X_L I$  on  $I = V_{in}/|Z|$ . Així doncs resulta  $V_{out}/V_{in} = L\omega/\sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = 0.005 1000/\sqrt{10^2 + (0.005 1000)^2} = 0.45$ .
- T5)** Sabem que  $P = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi$  i que  $Q = V_{ef} I_{ef} \sin \varphi$ , de forma que  $\tan \varphi = Q/P = 10/17.321 = 0.577$ . Al mateix temps  $\tan \varphi = X_L/R$  i per tant  $R = X_L/\tan \varphi = 25/0.577 = 43.303 \Omega$ .

## Resolució del Problema

- a) La freqüència angular a la que treballa el generador de tensió és, en aquest cas,  $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$ . Addicionalment, escrivirem els fasors de tensió i corrent fent servir el seu valor eficaç com a mòdul. Es tracta d'un circuit  $RC$  sèrie, i per tant la intensitat eficaç és la mateixa a tots els elements. Sabent la tensió que cau a la resistència i el seu valor trobem directament la intensitat eficaç

$$V_R = RI \quad \rightarrow \quad I = \frac{V_R}{R} = \frac{93}{300} = 0.31 \text{ A} .$$

A partir d'aquí podem construir el diagrama fasorial del circuit indicat al dibuix. Podem començar situant el corrent a l'eix  $X$ , i per tant la tensió  $V_R$  a la resistència anirà sobre el mateix eix, ja que a qualsevol resistència tensió i corrent estan en fase. La tensió  $V_C$  que cau al condensador anirà retrasada  $90^\circ$  respecte al corrent, mentre que la tensió total és igual a la suma fasorial de  $V_R$  i  $V_C$ .



Tal com veiem, doncs,  $V_R$ ,  $V_C$  i  $V$  formen un triangle rectangle, de forma que

$$V_C = \sqrt{V^2 - V_R^2} = \sqrt{220^2 - 93^2} = 199.38 \text{ V} .$$

Sabent el corrent i la tensió al condensador, trobem la seva capacitat aplicant la llei d'Ohm

$$V_C = \frac{1}{C\omega} I \quad \rightarrow \quad C = \frac{I}{\omega V_C} = \frac{0.31}{100\pi \cdot 199.38} = 4.95 \mu\text{F} .$$

Finalment, un cop sabem el valor dels elements, trobem directament el factor de potència com el cosinus de la fase de la impedància

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/C\omega)^2}} = \frac{300}{\sqrt{300^2 + (1/4.95 \cdot 10^{-6} \cdot 100\pi)^2}} = 0.42 .$$

- b) La tensió de Thévenin pren el mateix valor que la tensió que cau als extrems del condensador. Sabem de l'apartat anterior que el seu valor eficaç és  $199.38 \text{ V}$ , però cal determinar la fase. Per això trobem primer el fasor corresponent a la impedància

$$\bar{Z}_{RC} = R - j \frac{1}{C\omega} = 300 - j \frac{1}{4.95 \cdot 10^{-6} \cdot 100\pi} = 300 - j643.05 = 709.58 \angle_{-65^\circ} \Omega ,$$

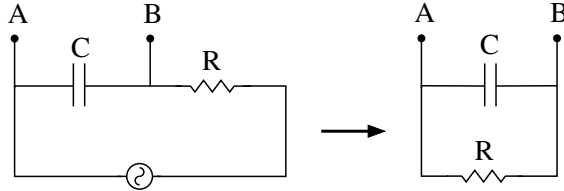
i a partir d'aquí obtenim la tensió de Thévenin com

$$\bar{V}_{Th} = \bar{Z}_C \bar{I} = \bar{Z}_C \left( \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{RC}} \right) = 643.05 \angle_{-90^\circ} \left( \frac{220 \angle_{0^\circ}}{709.58 \angle_{-65^\circ}} \right) = 199.37 \angle_{-25^\circ} \text{ V} ,$$

on hem fet servir que la impedància només del condensador és

$$\bar{Z}_C = -j \frac{1}{C\omega} = -j \frac{1}{4.95 \cdot 10^{-6} 100\pi} = -j643.05 = 643.05 \angle_{-90^\circ} \Omega.$$

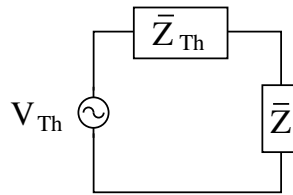
La impedància de Thévenin es troba curtcircuitant la font de tensió. Tal com veiem al dibuix, al curtcircuitar la font, la impedància del circuit resultant a extrems del condensador és igual al paral·lel de les impedàncies associades a  $R$  i  $C$



per la qual cosa resulta

$$\frac{1}{\bar{Z}_{Th}} = \frac{1}{643.05 \angle_{-90^\circ}} + \frac{1}{300} \rightarrow \bar{Z}_{Th} = 246.37 - j114.94 = 271.87 \angle_{-25^\circ} \Omega.$$

- c) Fent servir el circuit equivalent de Thévenin que acabem de calcular, el circuit que resulta al connectar una impedància  $\bar{Z}$  en paral·lel amb el condensador és el de la figura següent



Per tal d'obtenir un corrent màxim a  $\bar{Z}$ , cal que el mòdul de la impedància total del circuit sigui mínim, la qual cosa es equivalent a imposar que la part imaginària de la impedància total del circuit resultant sigui zero. Així doncs, amb el valor  $\bar{Z}_{Th} = 246.37 - j114.94 \Omega$ , concluïm que  $\bar{Z} = j114.94 \Omega$  i per tant es tracta d'una bobina de reactància  $X_L = L\omega = 114.94 \Omega$ . A partir d'aquí s'obté el resultat final  $L = 114.94/100\pi = 0.37 \text{ H}$ .